

수준측량[고저측량]

상지대학교 지형정보연구센터
<http://gis.sangji.ac.kr>

수준측량의 개요

✚ 수직위치결정

- 기준면에 대한 한 점의 높이(표고)결정 및 한 점에 대한 다른 점의 수직위치 결정(비고) 지표면상의 상호수직위치 관계, 지표아래의 지하깊이측량, 수심측량, 공간상의 높이 측량

(1) 지표상 위치 : 평균해수면으로 이루어지는 중력 등포텐셜면을 기준 장거리 측량시 중력측량 수반 (지구곡률 및 공기의 굴절오차 보정)

(2) 지표하 위치 : 터널, 광산, 지하매설물 측량 지상 기준점으로부터 깊이 관측

(3) 수 심 측 량 : 낮은 곳 → 측봉 측쇄 기준, 사진측량

기 준 → 최저수위선 [조석(태올력의 1개월 단위로 1년 이상 지원 필요)관측 ; 평균해수면의 결정, 각종 수위선 결정]

✚ 수직위치의 기준

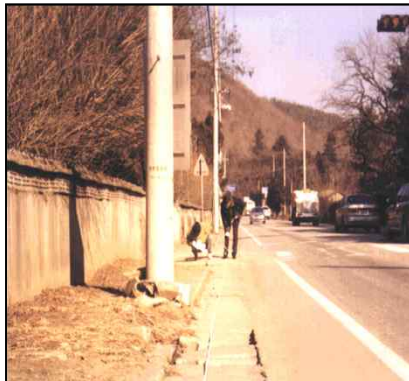
- 평균해수면과 일치하는 등포텐셜면인 지오이드 기준

- 해상수심 → 최저수위선 (해도에 표시)

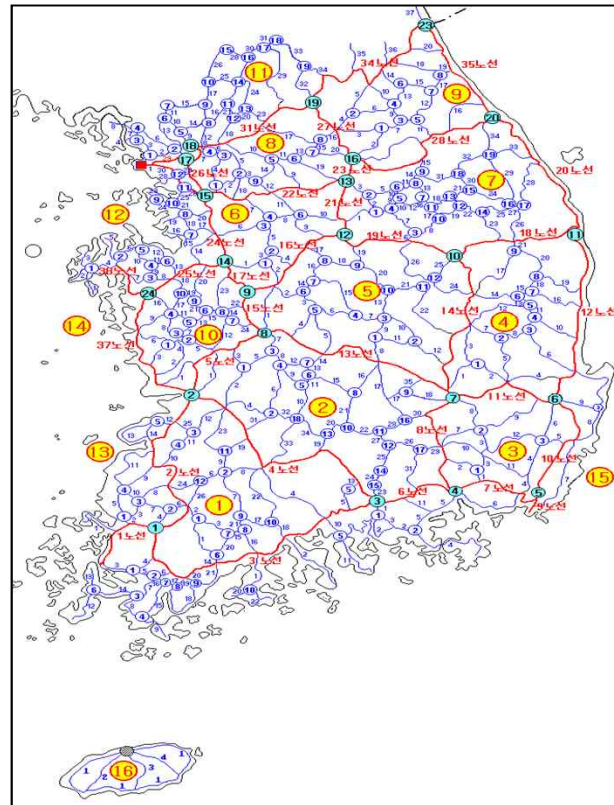
수준측량의 개요



수준원점



수준측량광경



수준망도



1 등 수준점	2 등 수준점
● 원·보조점 : 9 점 ● 교 B M : 23 점 ● 노선수:38 점(1,108 점) ● 계 1,140 점	● 환 수 : 17 환(4,083 점) ● 계 4,083 점
● 1974 ~ 1984 : 940 점 ● 1985 ~ 1999 : 1,242 점	● 1966 ~ 1982 : 3446 점 ● 1983 ~ 1993 : 879 점 ● 1998 ~ 2000 : 35 점

수준측량의 개요

✚ 수준측량의 정의

- 지표면상에 있는 점들의 고저차를 관측하는 측량
- 고저측량, 높이측량, 레벨측량이라고도 함
- 기초측량이며, 수직위치를 결정하는 기준점측량

수준측량의 분류

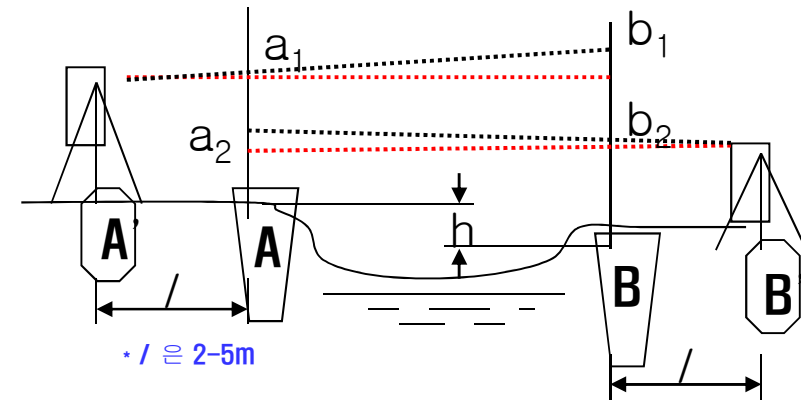
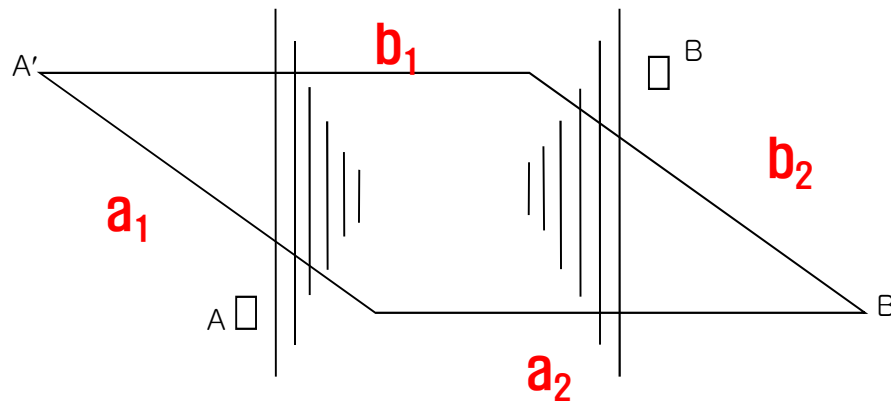
✚ 측량방법에 의한 분류

- 직접수준측량 : 고저측량기로 2점에 세운 표척의 눈금차로 직접 고저차 관측 (비교)
- 간접고저측량 : 레벨이외의 기구로 고저차 결정(간편하고 신속하게 표고를 구하려는 경우, 산악 지형이나 시설물의 높이 등 직접 수준 측량이 불가능할 경우)
 - (1) 기압 수준측량 : 기압차를 이용한 개략적인 높이차. 관측 기압을 표준상태(O C, 760mm Hg), 위도 45 의 해면상 값으로 보정.
 - (2) 삼각 수준측량 : 수평거리 D와 수직각 관측시, 세점이 동일 연직면에 있을시, 세점이 경사면을 이룰 때 표고차를 구하는 지점에서 연직각 관측시(삼각측량 표고 계산시 이용)
 - (3) 평판 알리다드에 의한 방법
 - (4) 수평 및 연직표척에 의한 법
 - (5) 시거측량
 - (6) 전자파 거리측량기에 의한 방법 : 경사거리와 연직각 관측
 - (7) 사진측량 : 신속 경제적이나 사진상 최소한 몇 개의 수준점 표고는 수준측량 함.
 - (8) 중력측량에 의한 방법

수준측량의 분류

✚ 측량방법에 의한 분류

- 교호수준측량 : 접근이 곤란한 2점간의 고저차를 직·간접으로 구하는 방법(레벨을 측점 중간에 설치할 수 없는 경우)



- 레벨과 표척 거리를 같게하여 동시 관측 (기상변화 오차소거)
- 빛의굴절(기차), 지구곡률(구차) 및 표척읽기오차 소거

$$\therefore \Delta H = \frac{1}{2} \{ (a_1 - b_1) - (a_2 - b_2) \}$$

수준측량의 분류

✚ 측량목적에 의한 분류

- 고저차 수준측량(differential leveling) : 2점 간의 고저차를 관측하기 위한 측량
- 단면수준측량(Section leveling) : 도로,수로등 정해진 선을 따라 일정 간격으로 표고 결정
→ 단면이나 토량을 알기 위해 함. 중단 수준측량, 횡단 수준측량

수준측량 용어

✚ 수준면(level surface)

- 평균 해수면 각 점들이 중력방향에 직각으로 이루어진 곡면(지오이드면, 정수면)

대규모 측량 : 구면이나 회전타원체면

소규모 측량 : 평면으로 가정해도 무방

✚ 수준선(level line)

- 지구중심을 포함한 평면과 수준면이 교차하는 선
- 지평면 : 1점에서 수준면에 접하는 평면
- 지평선 : 1점에서 수준면에 접하는 선 , 표고 → 기준으로 하는 어떤 수준면(수직거리가 0인 평균 해수면 ; Mean Sea Level)으로 부터 그 점에 이르는 수직거리

수준측량 용어

✚ 수준점(Bench Mark) : 수준기표

- 기준 수준면에서 높이를 정확히 구하여 놓은 점 국립지리원 → 4km 마다 1등 수준점(국도 따라) 1등 수준점을 기준으로 2km 마다 2등 수준점. 일반적인 수준측량이나 특히 중요한 구조물의 위치에는 수준점 설치

✚ 수준망(Leveling Net)

- 각 수준점의 왕복관측으로 관측 오차가 허용오차내로 오기위해 출발점으로 돌아오던가, 다른 기지표고점으로 연결하여 형성된망.

(1) 폐합오차 1등 수준점 : $2.5\text{mm} \cdot L(\text{km})^{1/2}$

(2) 폐합오차 2등 수준점 : $5.0\text{mm} \cdot L(\text{km})^{1/2}$

수준측량 용어

✚ 후시(Back Sight ; B.S)

- 기지점에서 세운 표척의 눈금을 읽는 것.

✚ 전시(Fore Sight ; F.S)

- 표고를 구하려는 점에 세운 표척의 눈금을 읽는 것.

✚ 기계고(Instrument High ; I.H)

- 기계를 고정 시켰을 때 지표면에서 망원경 시준선 까지의 높이.

✚ 이기점(Turnning Point ; T.P)

- 전·후시를 함께 취하는 표척점(전·후시의 연결점)

✚ 중간점(Intermediate Point ; T.P

- 전시만 하는 점으로 표고를 관측하는 점. → 오차가 다른점에 영향을 안줌. 시준값은 중간시(I.S)가 됨

수준측량 용어

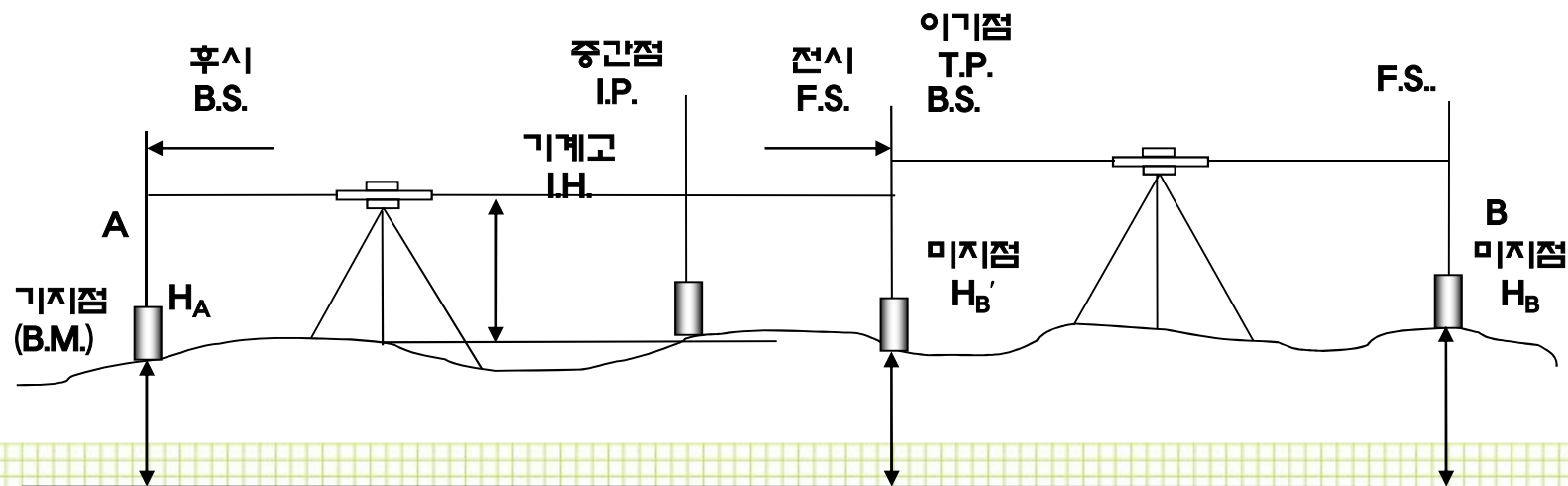
중간시(Intermediate Sight ; I.S)

- 중간점의 시준 값(야장에서 F.S난에 적합)

지반고(Ground Height ; G.H)

- 표적을 세운 여러지점의 높이

$$\begin{aligned} G.H._{i-1} + B.S &= I.H & (\text{기지점 지반고} + \text{후시} = \text{기계고}) \\ I.H - F.S &= G.H._i & (\text{기계고} - \text{전시} = \text{미지점 지반고}) \end{aligned}$$



수준측량에 사용되는 기기 및 기구

✚ 레벨(level, 수준측량기)

- Y-level, Dumpy-level, 절충레벨(Combined level), Tilting level,
- 자동레벨(Auto level), 정밀측지용 레벨(Geodetic level)

✚ 표척(Staff)

- 自讀式 (Self-reading staff)
- Target level

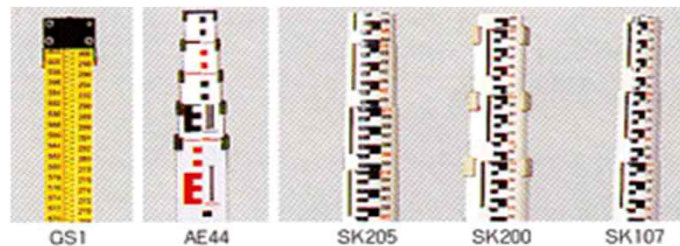
시준거리 . . . 레벨과 표척사이의 수평거리

- 전·후시 시준거리는 가능한 등거리로 하므로써
 - 레벨조정 불완전의 오차 소거
 - 양차(지구곡률 오차와 대기굴절 오차) 소거
- 30 ~ 60m 표준

수준측량에 사용되는 기기 및 기구



핸드레벨



스타프 = 함척 = 표척



자동레벨



틸팅레벨



정밀레벨



수준측량에 사용되는 기기 및 기구



B1



B20:B21



C30:C31



C32

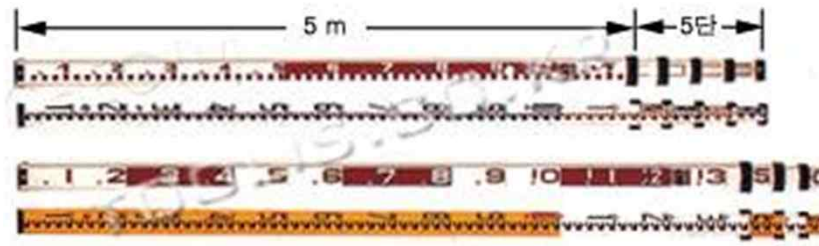


Digital Reading Measuring Pole

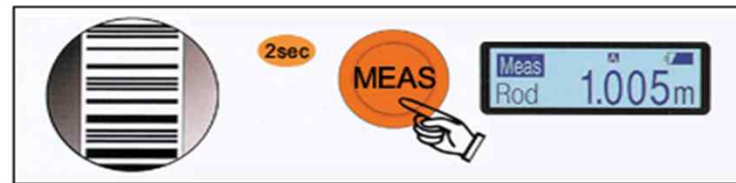


BIC

여러가지 자동레벨



수준측량에 사용되는 기기 및 기구



수준측량에 사용되는 기기 및 기구



수준측량에 사용되는 기기 및 기구



수준측량의 작업

✚ 계획 및 준비

- 작업의 목적, 정확도, 작업지역, 작업량, 작업시간 결정
- 지도상 에서 기존 수준점 위치 조사 -> 도로상이므로 여러
- 여건을 고려하여 최적경로 결정(최단코스) -> 세부계획
- 측점수 적은 경로(급경사시, 측점수 많고 정확도 저하)
- 연약지반 피함

✚ 답사 선정

- 영구 표석 위치 선정 : 도로의 한쪽이나 도로인접지역내에 찾기 쉬운곳. 고개, 갈림길, 교차로 등은 규정거리에 신축적 으로 대처. 연약지반, 도랑, 제방위 설치 피함. 교통장애가 없는 곳.

✚ 수준점과 매석

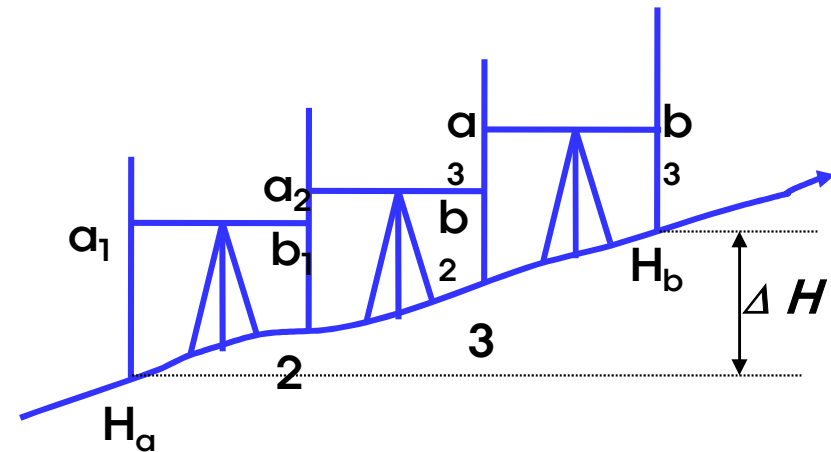
- 관측에 앞서 매표, 환강임(금속표), 점의 번호 소재지, 로순, 위치도 기재.

직접수준측량

원리

- 인접한 두점의 표고차 : $\Delta h = B.S - F.S$
- 최종표고차 : $\Delta H = \sum B.S - \sum F.S$
- 미지점의 표고 : $H_b = H_a + \Delta H$

$$\begin{aligned}\Delta H &= (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + \dots + \dots \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots) - (b_1 + b_2 + b_3 + \dots) \\ &= \sum B.S \text{의 값} - \sum F.S \text{의 값}\end{aligned}$$



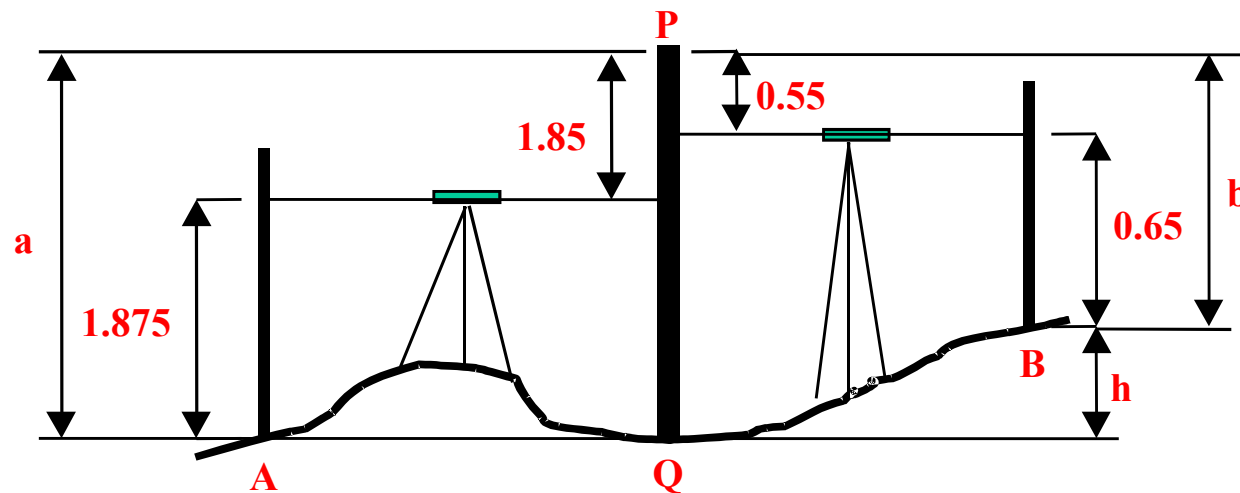
$$\begin{aligned}\text{B점의 표고} &= \text{A점의 표고} + (\text{후시합} - \text{전시합}) \\ &= H_A + (\sum B.S - \sum F.S)\end{aligned}$$

($\sum B.S - \sum F.S$ 가 (-)이면 전시방향이 더 높다.)

직접수준측량

예제

- 아래 그림에서 중간에 담장 PQ가 있어 P점에 표척을 반대로 세워 다음과 같이 읽었을 때, A점의 표고가 36.785m 라면 B점의 표고는?



$$h = a - b \text{ 이므로}$$

$$\text{B점의 표고} = 36.785 + 1.875 + 1.85 - 0.55 - 0.65 = 39.31\text{m}$$

직접수준측량

✚ 시준거리

- 길게할 경우 → 작업이 쉬우나, 공기에 의해 굴절이 생겨 정확도 저하.
(일출 : 오전 9시, 일몰 : 오후 3시) 구름낀 날이 쾌청일보다 양호
- 짧게할 경우 → 기계움직이는 회수가 증가하므로 정확도 저하

✚ 시준거리 중요성

- 시준거리 기준 : 고정밀 수준측량 = 40m
보통정확도 수준측량 : 50 ~ 60m
그 외의 수준측량 : 30 ~ 60 m
- 전·후시 시준거리는 가능한 등거리 — 레벨조정 불완전 오차 소거,
양차(지구곡률오차와 대기곡률오차) 소거

직접수준측량

등시준거리의 중요성

- 표적눈금값의 오차(불완전 정준시)

시준거리와 정비례

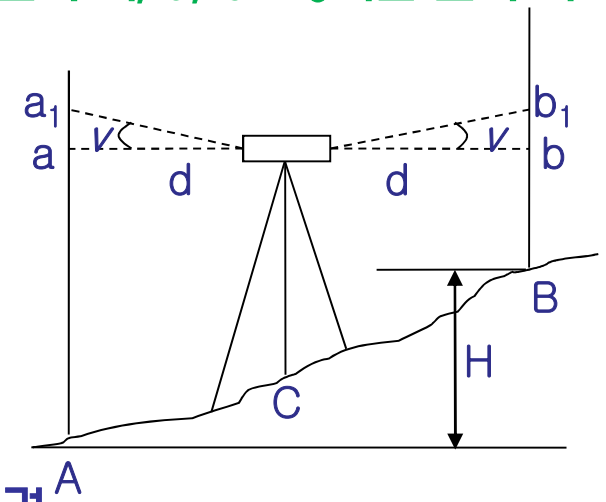
d : 전시 = 후시의 시준거리, v : 시준선의 경사각, a_1, b_1 : 관측한 전·후시, a, b : 정확한 전·후시

$$a = a_1 - d \tan v$$

$$b = b_1 - d \tan v$$

$$H = a - b = a_1 - d \tan v - b_1 + d \tan v = a_1 - b_1$$

즉, 등시준간격이면 기포관이 평행하지 않았어도 정확함.



- 전시점의 시준거리 동일 : 지구의 곡률오차 및 빛의 굴절오차 소거
- 시준거리 동일 : 쏫점거리따라 움직임에 따른 오차 소거

야장기입법

✚ 고차식(difference or two-column system) : 2란식

- B.S , F.S 의 2란으로 구성
- 2점간의 고차만 구하는 것이 주목적
- 점검이 어렵다.

기지지반고(G.H) + Σ T.P 점의 후시 - Σ T.P 점의 전시 =미지점의 지반고

S.T.	B.S.	F.S.	I.H.	G.H.
No.1				
No.2				
•				
•				
•				
•				

야장기입법

✚ 승강식(rise & tall system)

- F.S. < B.S. → 昇(+)란에 기입
- F.S. > B.S. → 降(-)란에 기입
- 완전한 검산 가능 , 높은 정확도가 필요한 측량에 적합 ,중간점(I.P)이 많을 때 복잡, 시간소요

S.T.	B.S.	F.S.		승(+)	강(-)	G.H.
		T.P.	I.P.			

야장기입법

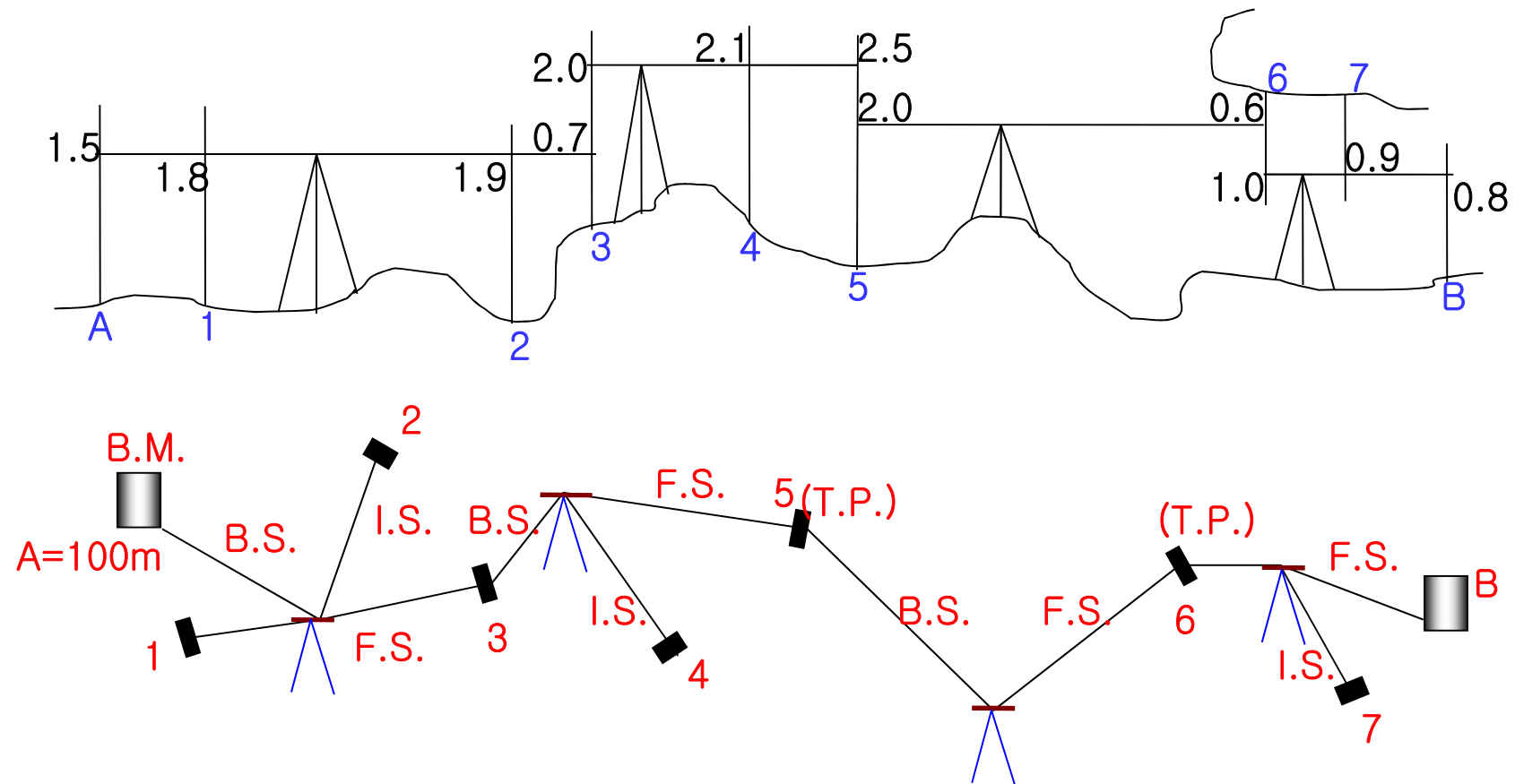
기고식(instrumental height system)

- 후시보다 전시가 많을 때 편리
- 승강식보다 기입사항이 적고 고차식 보다 상세
- 완전한 검산 힘들다.
- 중형단 수준측량에 많이 사용

S.T.	B.S.	I.H.	F.S.		G.H.
			T.P.	I.P.	

야장기입법

기고식(instrumental height system)_예제



야장기입법

기고식(instrumental height system)_예제

S.T.	B.S.	I.H.	F.S.		G.H.	Remarks
			T.P.	I.P.		
A	1.5	101.5			100	
1		101.5		1.8	99.7	
2		101.5		1.9	99.6	
3	2.0	102.8	0.7		100.8	
4		102.8		2.1	100.7	
5	2.0	102.3	2.5		100.3	
6	-1.0	101.9	-0.6		102.9	
7		101.9		-0.9	102.8	
B		101.9	0.8		101.1	
검산	$\Sigma B.S.=4.5$		$\Sigma F.S.=3.4$		$\Delta H=1.1$	

검산 ; $\Delta H = H_B - H_A = 101.1 - 100 = 1.1m$

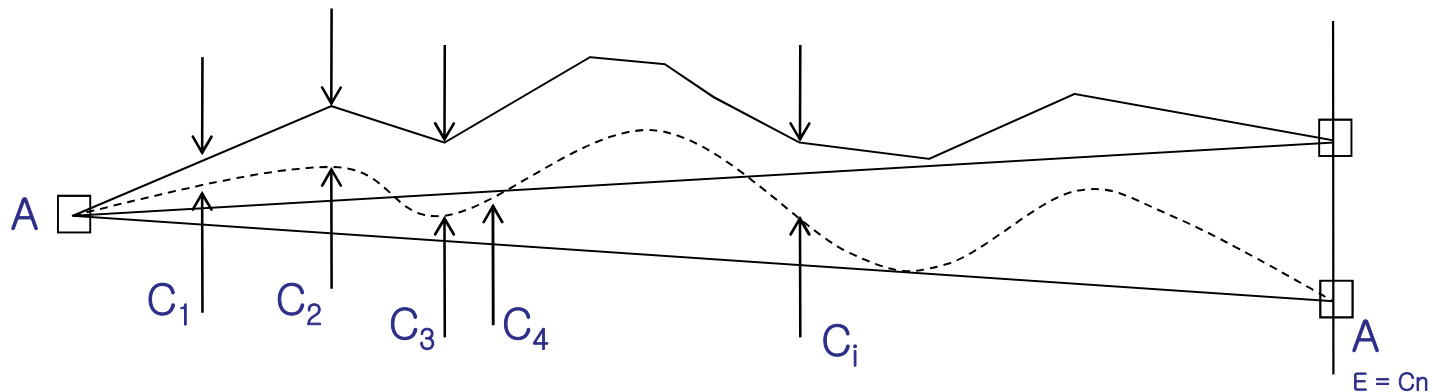
$\Delta H = \Sigma B.S. - \Sigma F.S. = 4.5 - 3.4 = 1.1 m$

$\therefore$ O.K 단, I.P.는 검산 안됨

수준망(Level Net)

수준망(Level Net)

- 다수의 수준 노선이 망 모양으로 결합된 것
- 폐합오차 $\propto$ 출발수준점으로 부터의 거리
- 1등과 2등의 복합된 혼합망일 경우(지반침하 조사) $\rightarrow$ 경중률 고려



$$C_i = -\frac{I_i}{L} \times E$$

E = 1노선의 폐합오차 , C_i = 측점 i 의 폐합오차 , L = 노선의 총길이 , I_i = 측점 i 까지의 거리

수준망(Level Net)

수준망(Level Net)_예제

- 수준점 A(표고:361.35m)로부터 측점 1,2,3 을 거쳐 직접수준측량을 실시하여 다시 A점에 폐합한 결과, 다음과 같았다. 폐합오차를 배분한 각 측점의 표고는 ?

수준점	노선길이	관측높이	조정값	조정후 높이
A	0km	361.35m	0.00	361.35m
1	2km	671.03m	-0.06	671.02m
2	5km	556.32m	-0.15	556.17m
3	7km	435.21m	-0.21	435.00
A	10km	361.65m	-0.30	361.35

풀이)

$$E = 361.65 - 361.35 = 0.30m$$

$$C_1 = -\frac{2}{10} \times 0.3 = -0.06m$$

$$C_2 = -\frac{5}{10} \times 0.3 = -0.15m$$

$$C_3 = -\frac{7}{10} \times 0.3 = -0.21m$$

$$C_4 = -\frac{10}{10} \times 0.3 = -0.30m$$

수준망(Level Net)

경중률을 고려한 조정

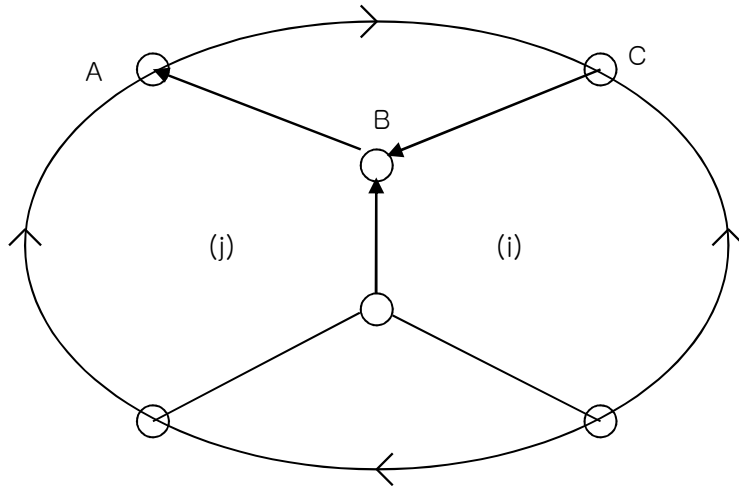
- 경중률

$P_i \propto 1/l_i$ (노선길이의 역수에 비례), $P_i \propto n_i$ (관측회수에 비례)

$$P_1 : P_2 : P_3 = 1/l_1 : 1/l_2 : 1/l_3 = n_1 : n_2 : n_3$$

- 수준망에서 재측노선의 판정

(각 노선의 폐합오차가 주어지지 않은 경우)



L_j : 노선 j 의 관측표고차

W_j : 수준환 j 의 폐합오차

E_j : 수준환 j 의 제한오차 ($E_j = \pm K \cdot L^{1/2}$)

1) W_j 와 E_j 의 계산

2) $W_j \geq E_j$ 인 수준환 검출

3) 다수의 수준환이 재측요구될때

공동노선 을 재측하도록 판정

수준망(Level Net)

수준망 조정(Adjustment of leveling net)

- 수준망 : 미지점의 표고를 정확히 결정하기 위하여 다수의 수준노선을 조합하여 각 조선의 수 준측량결과를 조정, 평균한 결과를 사용 → 최소제곱법 이용

최소제곱법 (Least Square Method)

잔차의 제곱의 합이 최소가 되도록 조정 → 최확값

$$\Phi = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \sum v_i^2 = \min$$

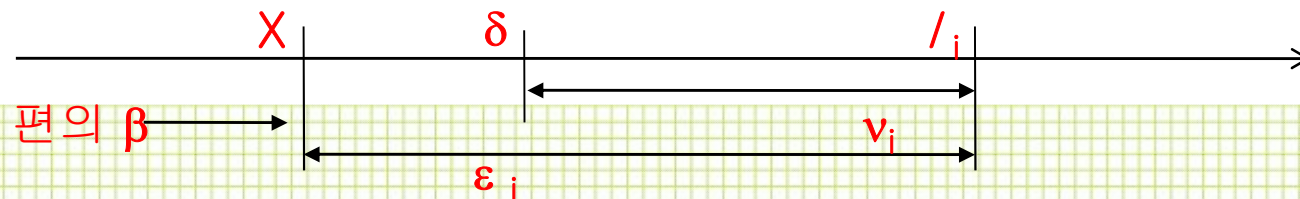
(uncorrelated unit weight)

$$\Phi = w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + \dots + w_n v_n^2 = \sum w_i v_i^2 = \min$$

(uncorrelated differential weight)

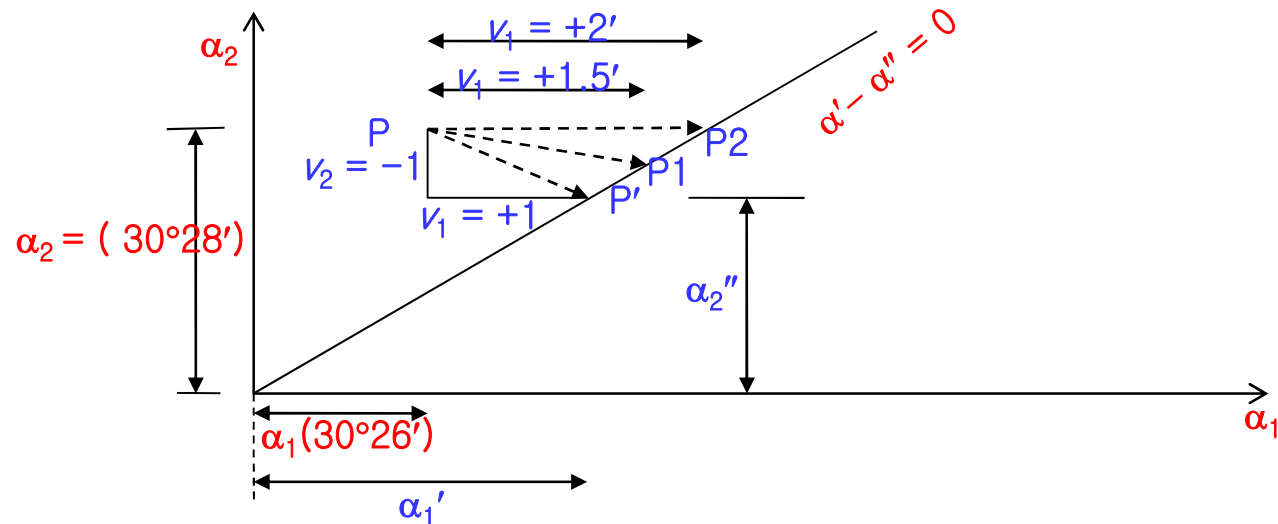
$$\text{최확값}(\delta) - \text{관측값}(l_i) = \text{잔 차}(v_i) \text{ or } \delta = l_i + v_i$$

$$\text{참 값}(x) - \text{관측값}(l_i) = \text{참오차}(\varepsilon_i) \quad x = l_i + \varepsilon_i$$



수준망(Level Net)

수준망 조정(Adjustment of leveling net)



위 그림에서 각 α 를 두번 반복관측한 경우

$$\alpha' = A_1 + N_1$$

$$\alpha'' = \alpha_2 + v_2$$

$$\alpha' - \alpha'' = 0$$

PP' 이 최소가 되는 점 선정 ($\alpha' - \alpha'' = 0$ 에 직각)

즉,

$$\begin{pmatrix} v_1 = 1/2 (\alpha_2 - \alpha_1) = +1' \\ v_2 = -1/2 (\alpha_2 - \alpha_1) = -1' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} PP' = 2^{1/2} \\ PP_1 = 2.5^{1/2} \quad PP_2 = 4^{1/2} = 2 \end{pmatrix}$$

최소제곱법의 기초가정

+ 기본 가정

- 과대오차 및 정오차는 모두 제거 되고 우연오차만이 측정값에 존재한다.

$$\boxed{\text{오차}} = \boxed{\text{과대오차}} + \boxed{\text{정오차}} + \boxed{\text{우연오차}}$$

조정할 측정값의 수는 충분히 많다.

Ex) 미지수 : m

측정된 수(기저값의 수) : n

$m < n$ 인 경우

최소제곱법의 기초가정

- 측량에서 측정값과 오차의 분포는 정규분포이며, 확률법칙을 따른다..

+ 정규 분포(Normal Distribution)

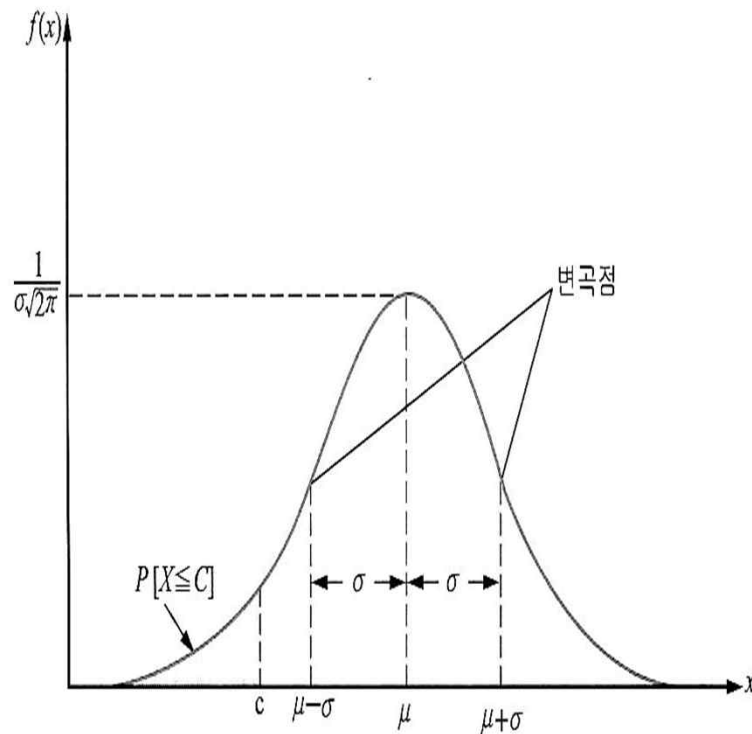
- 연속적인 확률변수 X 가 다음과 같은 분포를 따를 때, 평균 과 분산을 가질때, 정규분포라 한다.

+ 확률 곡선(Probability Curve) : 우연오차의 제거

- 확률 : 미지량을 관측할 경우 우연 오차가 일어날 가능성의 척도
- 확률 곡선 : 측정값(또는 잔차)과 상대빈도(또는 확률)의 관계를 연속된 곡선으로 표현한 것으로, 이때 임의의 구간에서의 확률은 곡선 아래의 면적으로 표시

최소제곱법의 기초가정

정규 분포(Normal Distribution)



- 정규분포의 함수식

$$f(x) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- X가 a와 b 사이에 있을 확률

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

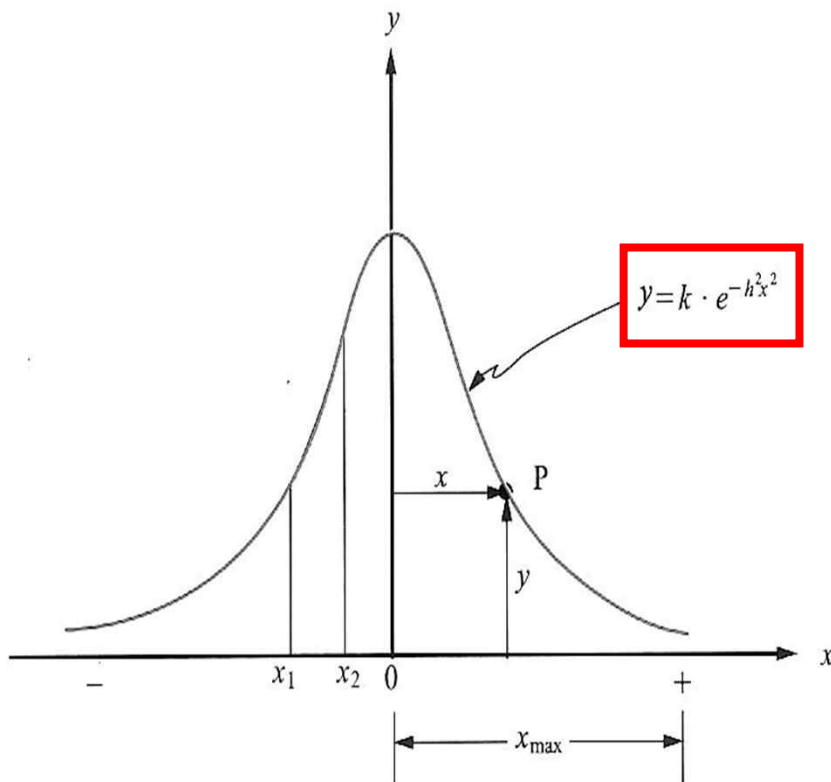
- 표준 정규분포의 확률값

$$\begin{aligned} P[\mu - \sigma_X \leq X \leq \mu + \sigma_X] &= 0.6827 \\ P[\mu - 2\sigma_X \leq X \leq \mu + 2\sigma_X] &= 0.9545 \\ P[\mu - 3\sigma_X \leq X \leq \mu + 3\sigma_X] &= 0.9973 \\ P[\mu - 4\sigma_X \leq X \leq \mu + 4\sigma_X] &= 1.0000 \end{aligned}$$

이러한 확률의 범위는
우연오차의 허용한계

최소제곱법의 기초가정

✚ 확률 곡선(Probability Curve) : 우연오차의 제거



● 확률 곡선(오차)의 특징

- a. 작은 오차가 발생할 확률은 큰 오차가 발생할 확률보다 크다.
- b. 정(+)오차와 부(-)오차는 같은 빈도로 발생한다.
- c. 매우 큰 오차는 거의 발생하지 않는다.

(x : 우연 오차 y : 발생 확률 k : 정밀도 h : 정도지수, 측정의 정밀도 일반적으로 사용)

최소제곱법의 원리

+ 개념

- 같은 정밀도 혹은 서로 다른 정밀도로 측정된 측정값에서는 오차의 제곱의 합이 최소일 때, 최확값을 얻을 수 있다는 것이다. 이것을 최소 제곱의 원리라 한다.

(1) 경중률(정밀도)가 같은 경우

$$\sum_{i=1}^n (v_i)^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_n^2 = \min$$

(2) 경중률(정밀도)가 다른 경우

$$\sum_{i=1}^n w_i (v_i)^2 = w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + \cdots + w_n v_n^2 = \min$$

최소제곱법의 원리

경중률이 모두 같은 경우(Unweighted Least Squares)

- 일반적으로 엄밀한 참값은 얻기 어려우므로 많은 관측값으로부터 최확값을 구해 참값으로 대신한다. 최확값(M)과 관측값(Z_n)의 차를 잔차(v)라고 하면 다음의 관계식이 성립된다.

$$\begin{aligned} z_1 - M &= v_1 \\ z_2 - M &= v_2 \\ &\vdots \\ z_n - M &= v_n \end{aligned}$$

잔차(v)가 발생할 확률 (P_n)은 확률 곡선으로부터 다음과 같은 식이 성립된다.

$$P_n = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 v_n^2} = K e^{-h^2 v_n^2}$$

여기서, 이들 확률이 동시에 일어날 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P &= P_1 P_2 P_3 \cdots P_n \\ &= (K e^{-h^2 v_1^2}) (K e^{-h^2 v_2^2}) (K e^{-h^2 v_3^2}) \\ &\quad \cdots (K e^{-h^2 v_n^2}) \\ &= K^n (\Delta v)^n \frac{1}{e^{h^2(v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2)}} \end{aligned}$$

최소제곱법의 원리

경중률이 모두 같은 경우(Unweighted Least Squares)

$$P = K^n (\Delta v)^n e^{\frac{1}{h^2(v_1^2 + v_1^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2)}}$$

Q) P가 최대가 되기 위한 조건?

$$\rightarrow v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = \min$$

즉, 잔차의 제곱의 합이 최소가 되는 값이 최확값이 되고, 따라서 잔차 제곱합을 각 측정값의 잔차에 대한 매개변수에 편미분하여 “0” 이 되도록 하면 다음과 같다.

$$\frac{d \sum v^2}{dM} = 0 = 2(M - z_1) + 2(M - z_2) + \dots + 2(M - z_n)$$

$$M = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n}$$

즉, 독립적으로 여러 번 관측된 관측량의 최확치는 산술평균과 같다.

최소제곱법의 원리

경중률이 다른 경우 (weighted Least Squares)

- 경중률(w)은 분산에 반비례하므로 확률 곡선의 h2에 비례한다.

$$h^2 = \frac{1}{2\sigma^2}$$

$$P = K^n (\Delta v)^n e^{\frac{1}{(w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + \dots + w_n v_n^2)}}$$

여기서 P가 최대가 되게 하려면,

$$w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + \dots + w_n v_n^2 = \min$$

- 경중률이 같은 경우와 같이 잔차 제곱합을 각 측정값의 잔차에 대한 매개변수에 편미분하여 “0” 이 되도록 하면 다음과 같다.

$$2w_1(M - z_1) + 2w_2(M - z_2) + \dots + 2w_n(M - z_n) = 0$$

관측방정식 & 조건방정식

개념

- 최소제곱법의 원리를 이용하여 측정값을 조정하고 최확값을 구하는 방법이다.

〈관측방정식〉

측정한 값을 직접 사용하여 미지수를 결정

방정식의 수가 미지수 보다 많거나 같으며 여러 개의 미지수를 동시에 알고자 할 때 많이 사용
미지수는 서로 독립

〈조건 방정식〉

기하학적인 조건을 이용하여 잔차를 결정

조건방정식의 수는 미지수의 수보다 적거나 같음

관측방정식의 조정

미분을 적용한 방법

- **최확치**=측정값+오차(잔차)

$$v_x = \hat{x} - 211.52$$

$$v_y = \hat{y} - 220.10$$

$$v_z = \hat{z} - 431.71$$

여기서, $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 는 각 구간의 **최확치**
최소 제곱의 원리에 **인해서**, $\sum_{i=1}^n (v_i)^2$
최소가 될 때, 최확값 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ **를 구할 수**
있음

따라서, $\sum_{i=1}^n (v_i)^2$ **는 다음과 같이 표현**

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n (v_i)^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \\ &= (\hat{x} - 211.52)^2 + (\hat{y} - 220.10)^2 + (\hat{z} - 431.71)^2 \end{aligned}$$

S가 최소가 되어야 한다.

따라서 x 와 y 가 서로 독립이므로, **x 와 y 에 관하여 1차 편미분한 값이**

“0” 이 되면 된다. 즉,

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{x}} = 2(\hat{x} - 211.52) + 2(\hat{x} + \hat{y} - 431.71) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{y}} = 2(\hat{y} - 220.10) + 2(\hat{x} + \hat{y} - 431.71) = 0$$

위 식을 연립해서 풀면

$$\hat{x} = 211.55 \text{ m}$$

$$\hat{y} = 220.13 \text{ m}$$

$$\hat{z} = 431.68 \text{ m}$$

$$v_x = \hat{x} - 211.52 = +0.03 \text{ m}$$

$$v_y = \hat{y} - 220.10 = +0.03 \text{ m}$$

$$v_z = \hat{z} - 430.71 = \hat{x} + \hat{y} - 430.71 = -0.03 \text{ m}$$

관측방정식의 조정

미분을 적용한 방법

1개의 조건식 $\hat{z} = \hat{x} + \hat{y}$ 로 부터
다음과 같은 조건방정식이 성립된다.

$$x + v_x + y + v_y = z + v_z$$

$$211.52 + v_x + 220.10 + v_y = 431.71 + v_z$$

$$v_z = v_x + v_y - 0.09$$

여기서, 최소제곱의 원리를 이용하면,

$$S = \sum_{i=1}^n (v_i)^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$= v_x^2 + v_y^2 + (v_x + v_y - 0.09)^2$$

이 최소가 되어야 한다.

따라서 x 와 y 가 서로 독립이므로, x 와 y 에
관하여 1차 편미분한 값이 “0” 이 되면 된다.
즉,

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{x}} = 2v_x + 2(v_x + v_y - 0.09) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{y}} = 2v_y + 2(v_x + v_y - 0.09) = 0$$

정리해서 다시 쓰면,

$$v_x = +0.03 m, v_y = +0.03 m, v_z = -0.03 m$$

따라서, 최확값은

$$\hat{x} = x + v_x = 211.52 + 0.03 = 211.55 m$$

$$\hat{y} = y + v_y = 220.10 + 0.03 = 220.13 m$$

$$\hat{z} = z + v_z = 431.71 - 0.03 = 431.68 m$$

조건방정식의 조정

미정계수법

- 조건 방정식 ($v_z = v_x + v_y - 0.09$) 로 부터

$$v_x + v_y - v_z - 0.09 = 0$$

윗 식에 정수 $2K$ 를 곱하면

$$2K(v_x + v_y - v_z - 0.09) = 0$$

이 되고, 잔차의 제곱의 합이 최소가
되어야 하므로

$$S = \sum_{i=1}^n (v_i)^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$S' = \sum_{i=1}^n (v_i)^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - 2K(v_x + v_y - v_z - 0.09)$$

각 잔차에 대해서 편미분을 하게 되면

$$\frac{\partial S'}{\partial v_x} = 2v_x - 2K = 0 \dots \dots \dots v_x = K$$

$$\frac{\partial S'}{\partial v_y} = 2v_y - 2K = 0 \dots \dots \dots v_y = K$$

$$\frac{\partial S'}{\partial v_z} = 2v_z + 2K = 0 \dots \dots \dots v_z = -K$$

$K = +0.03$ 에 의해서

잔차값이 계산되어진다.

행렬에 의한 조정

관측방정식의 경우

- 관측방정식을 행렬로 표시하면 다음과 같다. 즉

$${}_n A_m \quad {}_m X_1 = {}_n L_1 + {}_n V_1 \quad \leftarrow A^T \text{를 양변에 곱하면}$$

$$A^T A X = A^T L + A^T V$$

여기서, $A^T A$ 는 미지수에 대한 계수행렬

$(A^T A)^{-1}$ 을 양변에 곱하고 정리하면 최확치 행렬 X 를 구할 수 있다.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

만일, 서로 다른 중량을 갖는다면, 행렬 X 는 다음과 같다.

$$X = (A^T W A)^{-1} A^T W L$$

$$\frac{\partial (V^T V)}{\partial X} = 0 = 2V^T \frac{\partial V}{\partial X}, \quad V = AX - L, \quad \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial (AX - L)}{\partial X} = A$$

$$2V^T A = 0, \quad V^T A = 0 \quad \therefore A^T V = 0$$

행렬에 의한 조정

관측방정식의 경우

- 앞의 예제를 위의 방법으로 풀이하면

$$\hat{x} + \hat{y} = 430.71 + v_z$$

$$\hat{x} = 211.52 + v_x$$

$$\hat{y} = 220.10 + v_y$$

위 식을 행렬로 표시하면,

$$AX = L + V$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 430.71 \\ 211.52 \\ 220.10 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_z \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

행렬에 의한 조정

관측방정식의 경우

여기서 $X = (A^T A)^{-1} A^T L$

$$(A^T A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A^T A)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad A^T L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 431.71 \\ 211.52 \\ 220.10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 643.23 \\ 651.81 \end{bmatrix}$$

$$\therefore X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 643.23 \\ 651.81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211.55 \\ 200.13 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \hat{x} = 211.55 m, \quad \hat{y} = 200.13 m, \quad \hat{z} = 431.68 m$$

최소제곱법에 의한 조정방법

관측방정식의 경우

– 관측방정식을 행렬로 표시하면 다음과 같다. 즉

(1) 편미분에 의한 방법 ($\Phi = \sum v_i^2 = \min$ 을 편미분 $\rightarrow v_i$ 의 값 구함)

(2) 관측방정식에 의한 조정 (Adj. By indirect observations)

(3) 조건방정식에 의한 조정 (Adj. Of observation only)

(4) 미정계수에 의한 조정

편미분에 의한 조정

+ 관측방정식에 의한 방법

- 미지수(δ_j) u 개, 관측수 n 개

관측방정식의 일반식 ; $l_i + v_i = d_i \rightarrow v_i = d_i - l_i$

$$v_1 + b_{11}\delta_1 + b_{12}\delta_2 + \dots + b_{1u}\delta_u = d_1 - l_1 = f_1$$

$$v_2 + b_{21}\delta_1 + b_{22}\delta_2 + \dots + b_{2u}\delta_u = d_2 - l_2 = f_2$$

$$v_n + b_{n1}\delta_1 + b_{n2}\delta_2 + \dots + b_{nu}\delta_u = d_n - l_n = f_n$$

(v_i = 잔차, δ_j = 미지수, d_i = 기저상수, l_i = 관측값, $f_i = d_i - l_i$ 상수)

- 최소제곱법 적용

$$\begin{aligned}\Phi &= v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 \\ &= (f_1 - \sum d_{1j} + \delta_j)^2 + (f_2 - \sum d_{2j} + \delta_j)^2 + \dots + (f_n - \sum d_{nj} + \delta_j)^2 \\ &= \min\end{aligned}$$

편미분에 의한 조정

관측방정식에 의한 방법

- 정규방정식 : 미지수 δ_j 에 대해서 편미분 정리

$$\partial\phi / \partial\delta_1 = n_{11}\delta_1 + n_{12}\delta_2 + \dots + n_{1u}\delta_u - t_1 = 0$$

$$\partial\phi / \partial\delta_2 = n_{21}\delta_1 + n_{22}\delta_2 + \dots + n_{2u}\delta_u - t_2 = 0$$

$$\partial\phi / \partial\delta_u = n_{u1}\delta_1 + n_{u2}\delta_2 + \dots + n_{uu}\delta_u - t_u = 0$$

(참고) matrix형

$$\begin{array}{ccccccc} n_{11} & n_{12} & \dots & n_{1u} & & \delta_1 & t_1 \\ n_{21} & n_{22} & \dots & n_{2u} & & \delta_2 & t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n_{n1} & n_{n2} & \dots & n_{nu} & & \delta_u & t_u \end{array} =$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{N}_i & \cdot & \Delta \\ (n \times u) & & (u \times 1) \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{t} \\ (n \times 1) \end{array}$$

편미분에 의한 조정

✚ 조건방정식에 의한 방법

- 미지수(δ_j) u 개, 관측수 n 개, 잉여관측수 $r = n - u$
- 조건방정식의 일반식

$$a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + a_{13}v_3 + \dots + = f_1$$

$$a_{21}v_1 + a_{22}v_2 + a_{23}v_3 + \dots + = f_2$$

① ----- 조건식 수 r 개

$$a_{r1}v_1 + a_{r2}v_2 + a_{r3}v_3 + \dots + = f_n$$

(a_{ki} = 잔차의 계수, v_i = 잔차, f_i = 상수), ($k = 1, r$)

- 최소제곱조건적용(관측방정식과는 달리 $v_1^2, v_2^2, \dots, v_n^2$ 만의 항으로 분리 할 수 없으므로 미정계수 도입변형)

$$\Phi' = v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 - 2K_1 \sum (a_{1i} v_i - f_i) - 2K_2 \sum (a_{2i} v_i - f_i)$$

$$\dots - 2K_r \sum (a_{ri} v_i - f_i) \rightarrow \textcircled{b}$$

$$= \sum v_i^2 - 2 \sum \sum K_k (a_{ki} v_i - f_i)$$

편미분에 의한 조정

✚ 조건방정식에 의한 방법

- 잔차 v 에 대하여 편미분

$$\left. \begin{aligned} \partial \Phi' / \partial v_1 &= 2v_1 - 2(a_{11}k_1 + a_{12}k_2 + \cdots + a_{1r}k_r) = 0 \\ \partial \Phi' / \partial v_2 &= 2v_2 - 2(a_{21}k_1 + a_{22}k_2 + \cdots + a_{2r}k_r) = 0 \\ \hline \partial \Phi' / \partial v_n &= 2v_n - 2(a_{n1}k_1 + a_{n2}k_2 + \cdots + a_{nr}k_r) = 0 \end{aligned} \right\} n\text{개}$$

- 정규방정식 :

$$\left. \begin{aligned} q_{11}k_1 + q_{12}k_2 + \cdots + q_{1r}k_r &= f_1 \\ q_{21}k_1 + q_{22}k_2 + \cdots + q_{2r}k_r &= f_2 \\ \hline q_{r1}k_1 + q_{r2}k_2 + \cdots + q_{rr}k_r &= f_r \end{aligned} \right\} r\text{개}$$

- 정규방정식의 連立解 k_r v_i

최소제곱법예제(편미분방정식 이용)

관측방정식 이용

- i) unique sol을 위한 최소관측수 $n_o = 3$
- ii) 관측수 $n = 6$
- iii) 잉여관측수 $r = n - n_o = 6 - 3 = 3$

- 관측방정식

$$\begin{aligned}B + l_1 - A &= B + l_1 + v_1 - A = 0 \\D + l_2 - B &= D + l_2 + v_2 - B = 0 \\D + l_3 - A &= D + l_3 + v_3 - A = 0 \\B + l_4 - C &= B + l_4 + v_4 - C = 0 \\D + l_5 - C &= D + l_5 + v_5 - C = 0 \\A + l_6 - C &= A + l_6 + v_6 - C = 0\end{aligned}$$

조건식수 6개

- 잔차에 대하여 정리

$$\begin{aligned}v_1 &= A - B - l_1 = 281.130 - B - 11.973 = 269.157 - B \\v_2 &= B - D - l_2 = B - D - 10.940 \\v_3 &= A - D - l_3 = 281.130 - D - 22.932 = 258.198 - D \\v_4 &= C - B - l_4 = C - B - 21.040 \\v_5 &= C - D - l_5 = C - D - 31.891 \\v_6 &= C - A - l_6 = C - 281.130 - 8.983 = C - 290.113\end{aligned}$$

최소제곱법예제(편미분방정식 이용)

관측방정식 이용

- 최소제곱법의 적용

$$\begin{aligned}\phi &= v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 \\ &= (269.157 - B)^2 + (B - D - 10.940)^2 + (258.198 - D)^2 + (C - B - 21.040)^2 \\ &\quad + (C - D - 31.891)^2 + (C - 290.113)^2\end{aligned}$$

- 각 미지수 (B, C, D)에 대하여 편미분

$$\partial\phi / \partial B = -2(269.157 - B) + 2(B - D - 10.940) - 2(C - B - 21.040) = 0$$

$$\partial\phi / \partial C = -2(C - B - 21.040) + 2(C - D - 31.891) - 2(C - 290.113) = 0$$

$$\partial\phi / \partial D = -2(B - D - 10.940) - 2(258.198 - D) - 2(C - D - 31.891) = 0$$

- 정규방정식 (normal eq.) : 윗식정리

$$3B - C - D = 259.057$$

$$-B + 3C - D = 343.044$$

$$-B - C + 3D = 215.367$$

$$B = 269.131m$$

$$C = 290.128m$$

$$D = 215.029m$$

[참고] Matrix형으로 쓰면

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 259.057 \\ 343.044 \\ 215.367 \end{pmatrix}$$

최소제곱법예제(편미분방정식 이용)

관측방정식 이용

- ii) Uncrrelated, different weight(경중률 고려계산 : 최소제곱법)

$$\begin{aligned}\phi &= w_1 v_1^2 + w_2 v_2^2 + w_3 v_3^2 + w_4 v_4^2 + w_5 v_5^2 + w_6 v_6^2 \\ &= w_1(269.157 - B)^2 + w_2(B - D - 10.940)^2 + w_3(258.198 - D)^2 \\ &\quad + w_4(C - B - 21.040)^2 + w_5(C - D - 31.891)^2 + w_6(C - 290.113)^2\end{aligned}$$

- 편미분

$$\partial\phi / \partial B = -2w_1(269.157 - B) + 2w_2(B - D - 10.940) - 2w_4(C - B - 21.040) = 0$$

$$\partial\phi / \partial C = -2w_4(C - B - 21.040) + 2w_5(C - D - 31.891) - 2w_6(C - 290.113) = 0$$

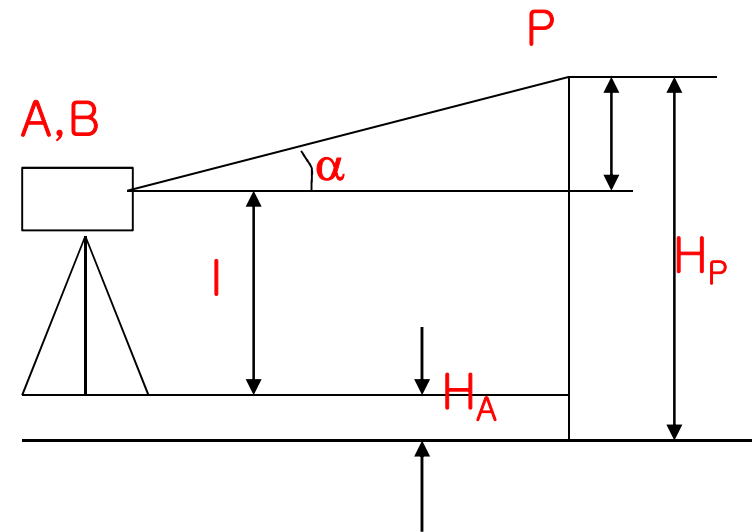
$$\partial\phi / \partial D = -2w_2(B - D - 10.940) - 2w_3(258.198 - D) - 2w_5(C - D - 31.891) = 0$$

간접수준측량(Indirect Leveling)

간접수준측량(Indirect Leveling) 정의

- 직접수준측량하기 힘든 지형, 시설물 높이 결정 방법

기압수준측량 $\Delta h = 1846O(\log b - \log a)(1 + \theta t)$
삼각수준측량



간접수준측량(Indirect Leveling)

간접수준측량(Indirect Leveling)

- 삼각수준측량(Trigonometric Surveying)

$$H_p = H_A + I + D \tan \alpha + K$$

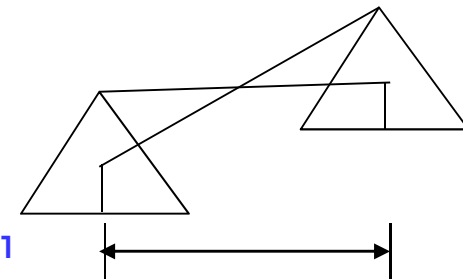
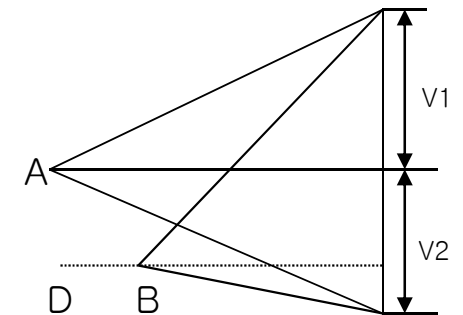
$$V_1 = (D + \Delta l \cot \beta_1) / (\cot \alpha_1 - \cot \beta_1)$$

$$V_2 = (D - \Delta l \cot \beta_2) / (\cot \alpha_2 - \cot \beta_2)$$

$$H = [D \sin B / \sin(A + B)] \tan \alpha_A + I_A$$

$$\Delta H = D \tan \alpha_A + I_A - h_B - K$$

$$\Delta H = D \tan \alpha_B + I_B - h_A - K$$



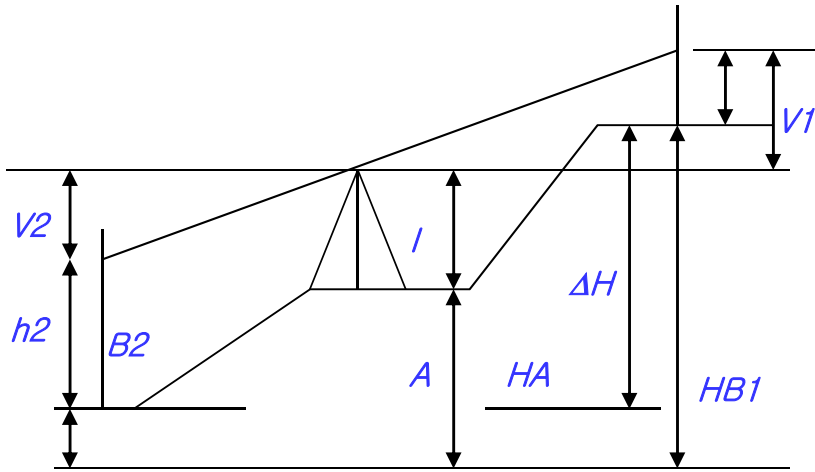
- 평판 alidade $V = (n / 100) D$
- 수평표척 $V = (b / 2) \cot (\phi / 2) \tan \alpha$
- 수직표척 $\Delta h = (l + b \tan \alpha_1) / (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1) - h_1$
- 항공사진 $h = (\Delta r / r) H$ (단사진)
 $dH = (H / b) dp$ (입체사진)
- 시거측량 $V = 1 / 2 (K \sin 2 \alpha) + C \sin \alpha$

앞의 여러가지 간접수준측량 방법으로 기고차를 구했을 때 표고 계산법

- 기고차(vertical component) : 기계중심부터 목표시준점의 높이차

간접수준측량(Indirect Leveling)

간접수준측량(Indirect Leveling)



$$a_1 > 0, a_2 < 0$$

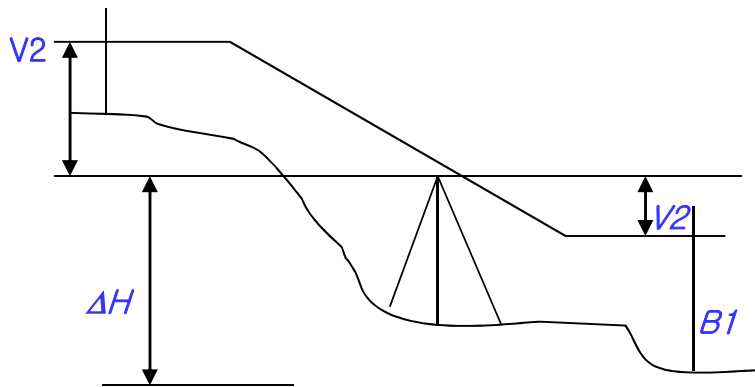
$$H_{B1} = H_A + I + V_1 - h_1$$

$$-H_{B2} = H_A + I - V_2 - h_2$$

$$\Delta H = V_1 + V_2 + h_1 + h_2$$

$h_1 = h_2$ 일 때

$$\Delta H = V_1 + V_2$$



$$a_1 < 0, a_2 > 0$$

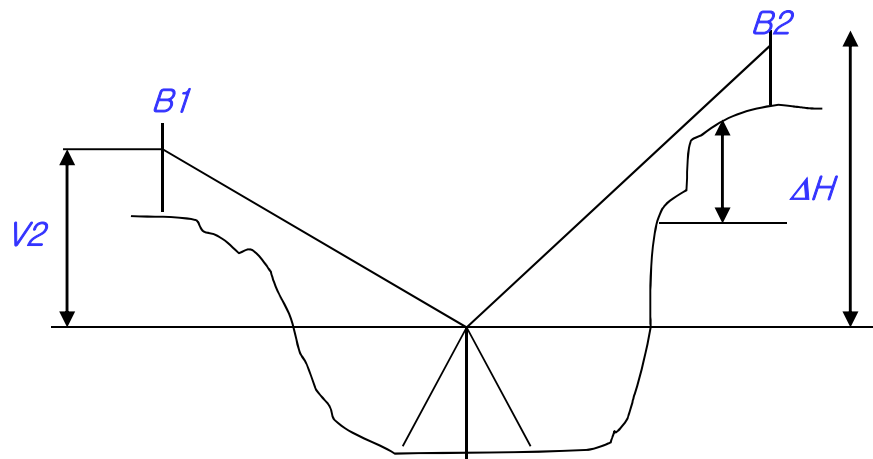
$$H_{B1} = H_A + I - V_1 - h_1$$

$$H_{B2} = H_A + I + V_2 - h_2$$

$$\Delta H = -(V_1 + V_2) - h_1 + h_2$$

간접수준측량(Indirect Leveling)

간접수준측량(Indirect Leveling)

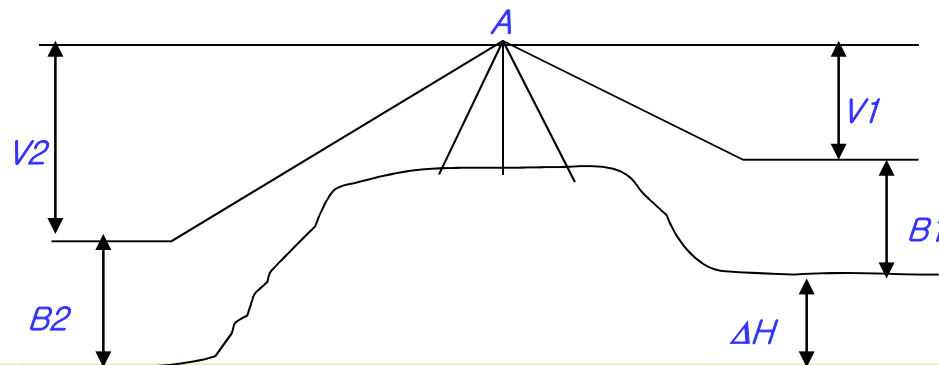


$$a_1 > 0, a_2 > 0$$

$$H_{B1} = H_A + I + V_1 - h_1$$

$$H_{B2} = H_A + I + V_2 - h_2$$

$$\Delta H = (V_1 + V_2) - h_1 + h_2$$



$$a_1 < 0, a_2 < 0$$

$$H_{B1} = H_A + I - V_1 - h_1$$

$$H_{B2} = H_A + I - V_2 - h_2$$

$$\Delta H = -(V_1 - V_2) - h_1 + h_2$$

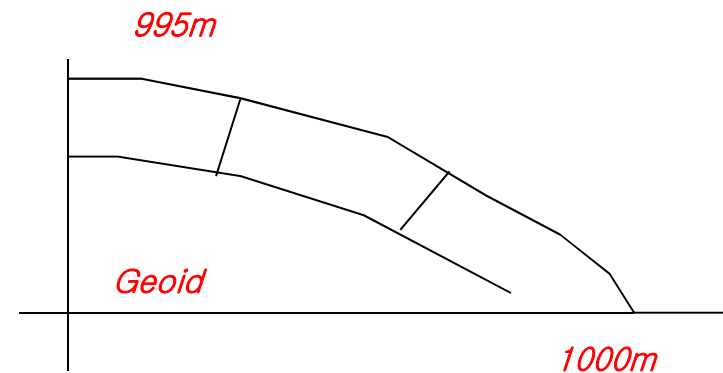
장거리 정밀수준측량

장거리 정밀수준측량의 표고계산

- 중력값의 변환 (위도에 따른 원심력의 변화, 타원체 형상, 국소중력 변화) 중력 등포텐셜 (equ - potential surface) 수준면(level surface) 사이의 간격 불균일

(예) 지오이드(표고 0m) - 수준면(표고 100m)간 간격

적도상 : 1000m, 극 : 995m



장거리 정밀수준측량

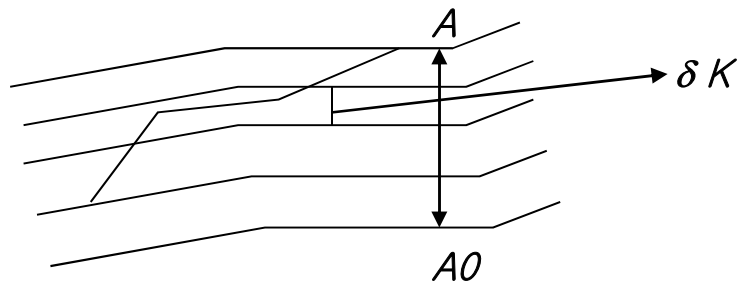
장거리 정밀수준측량의 표고계산

- 장거리 노선(주로 남북방향)을 따르는 수준측량에 의한 표고 결정
- 원인에 의한 오차의 보정이 필요

(1) orthometric correction(정표고보정)

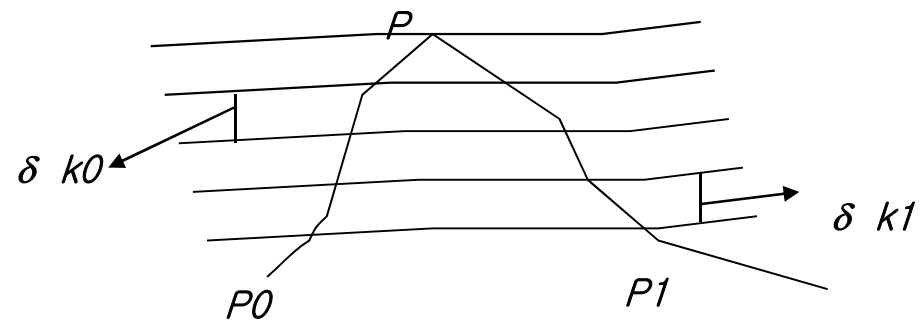
(2) dynamic correction(역표고보정)

(3) ellipsoidal correction(타원체보정)



$$\Delta H = \sum \delta h$$
$$H_A = H_B + \Delta H + C$$

(그림1)



$$\delta h_0 \neq \delta h_1$$
$$H_{P0} \neq H_{P1} \quad P$$

(그림2)

장거리 정밀수준측량

✚ 정표고 (orthometric height)

- 기하학적인 높이를 표시
- 동일 수준면상의 표고가 같지 않을 수 있다. Cf. 역표고는 같다.
- 정표고 H , A , A_O 사이의 평균 중력값 g_A (그림 1)
- potential 차 ($A_O - A$) : $\Delta W_A - W_O = -\int_{A_O}^A g dh$
- A 점 점표고 $H_A = 1/g_A \int_{A_O}^A g dh$
- 두 점간의 potential 차를 평균 중력값으로 나눈 값
- 정표고 = 수준측량결과 + 오소메트릭 보정(orthometric correction)

중단 및 횡단수준측량

중단수준측량(Profile leveling)

- 노선(도로, 철도, 수로)의 중심선에 따른 지반의 높이를 측량하고 중단면도작성
- 1chain (도로의 경우 20m)마다 중심말뚝 설치, 그 중간의 지반 변화 심한 곳에는 추가 말뚝
- 표척은 노선중심선을 따라 말뚝위에 위치, 레벨은 여러 표척을 두루 볼수 있는 곳에 위치
- IP를 많이 사용
- 축척 : 1/500

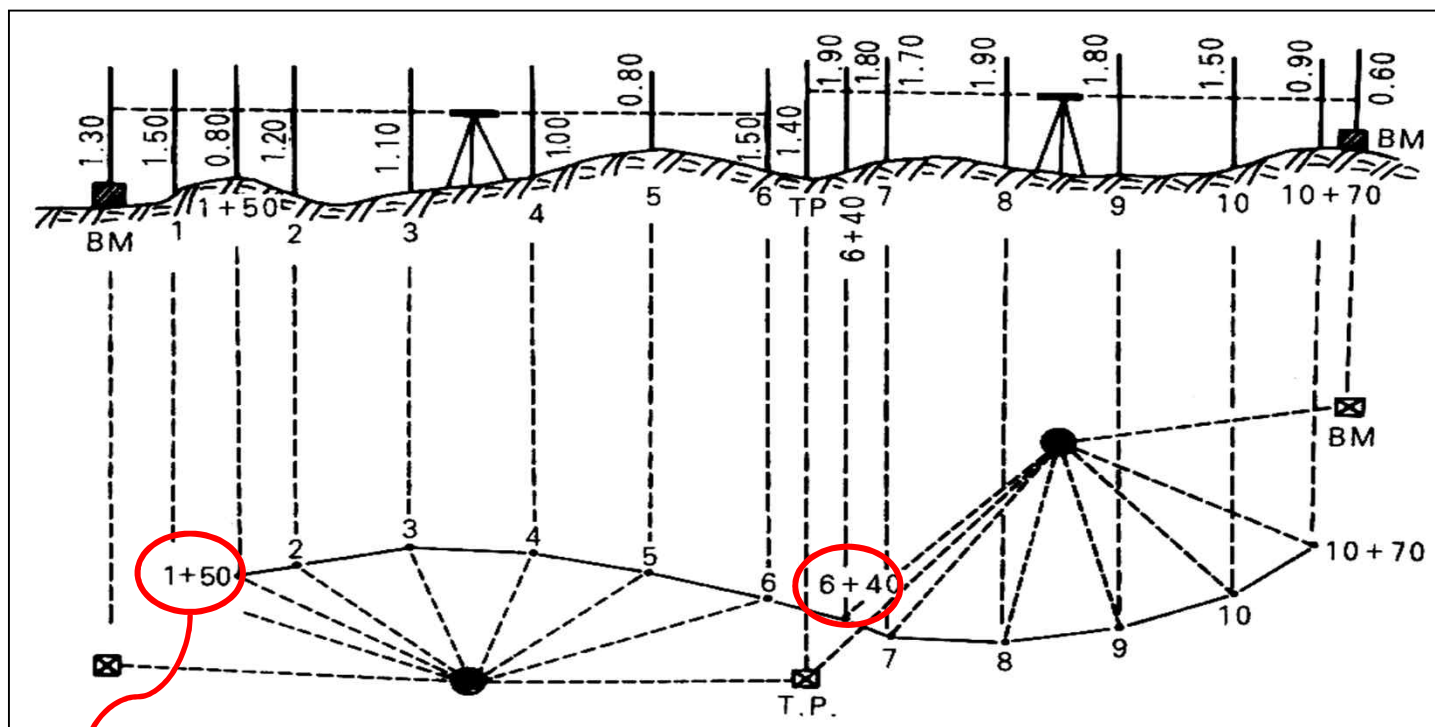
중단 및 횡단수준측량

중단수준측량의 구체적 방법

- 철도, 도로의 경우는 10~30m, 하천 및 수로의 경우는 20~50m마다 중심말뚝을 박아 노선중심을 정함.
- 중심말뚝 사이에 지반고의 변화가 있을 경우 플러스말뚝(Plus Peg)을 박는다.
- 중심말뚝과 플러스 말뚝의 측점에 대한 고저차 측량
- 중단고저측량은 한번 기계를 세우면 그 위치에서 많은 중간점을 관측
- 더 이상 표적을 시준할 수 없을 때 이기점 TP를 선정하여 레벨을 이동
- TP를 측정하는 정확도는 측량전체에 영향을 미치므로 세심하게 실시

중단 및 횡단수준측량

중단수준측량

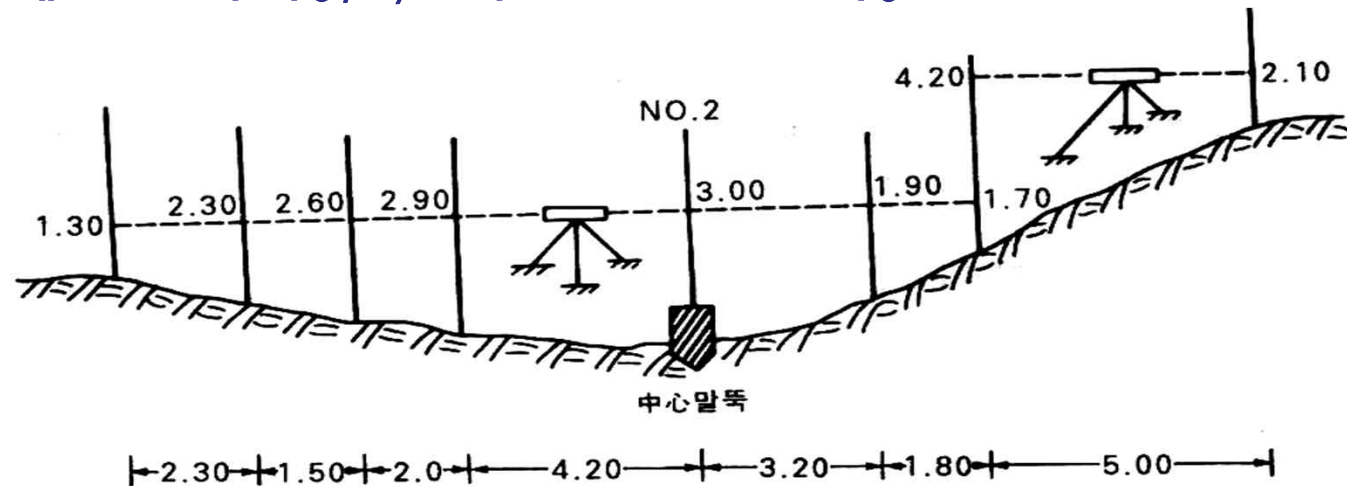


급경사지나 정밀관측이 요하는 곳

중단 및 횡단수준측량

✚ 횡단수준측량(cross section leveling)

- 정의 : 중단측량에 의하여 정해진 중심선 상의 각 측점에 대해 직각인 방향으로 지표면을 끊었을 때의 횡단면을 얻기 위한 측량
- 측정 : 중심말뚝을 기준으로 좌우 지반고의 변화가 있는 점까지의 거리 및 점의 높이를 측정
- 장비 : 레벨, 표척, 줄자, 직각기, 풀, 야장
- 방법 : 1) 레벨과 줄자 사용, 2) 줄자와 풀 또는 풀만 사용



수준측량의 오차

직접수준측량의 오차

- 기계에 의한 오차

- (1) 기계조정오차
- (2) 시차의 오차
- (3) 표척눈금 부정확
- (4) 표척기울기에 의한 오차

- 인위적 오차

- (1) 관측순간 기포부정확
- (2) 표척경사
- (3) 기기 및 표척의 침하
- (4) 관측자 부주의, 미숙

- 자연적 오차

- (1) 지구곡률오차
- (2) 대기굴절오차
- (3) 기후 · 기상에 따른 오차

수준측량의 오차

수준측량의 정밀도

- 정밀도 ...E : 수준측량오차, C : 1회 관측오차, n : 관측횟수

$$E = C \cdot \sqrt{n}$$

- 시준거리 일정할 때 ... S : 시준거리, L : 수준노선총길이

$$n = \frac{L}{2S}, \quad E = \pm C \cdot \sqrt{\frac{L}{2S}} = \pm K \sqrt{L} \quad \text{또는} \quad K = \pm \frac{E}{\sqrt{L}}$$

- 우리나라 수준측량의 허용오차

구 분	기본 고저 측량		공공 고저 측량				
	1등	2등	1등	2등	3등	4등	간이
왕복차	$2.5mm\sqrt{L}$	$5.0mm\sqrt{L}$	$2.5mm\sqrt{L}$	$5mm\sqrt{L}$	$10mm\sqrt{L}$	$20mm\sqrt{L}$	$40mm\sqrt{L}$
폐합차	$2.0mm\sqrt{L}$	$5.0mm\sqrt{L}$	$2.5mm\sqrt{L}$	$5mm\sqrt{L}$	$10mm\sqrt{L}$	$20mm\sqrt{L}$	$50mm + 40mm\sqrt{L}$

수준측량의 오차

수준측량에 대한 최대 왕복 허용오차

(1) 우리 나라	(2) 미국
1등 수준측량 : 2.5mm $\sqrt{L}$	특급 수준측량 : 3.0mm $\sqrt{L}$
2등 수준측량 : 5.0mm $\sqrt{L}$	1등 수준측량 : 4.0mm $\sqrt{L}$
3등 수준측량 : 10.0mm $\sqrt{L}$	2등 수준측량 : 6~8mm $\sqrt{L}$
	3등 수준측량 : 12mm $\sqrt{L}$
(3) 캐나다	(4) 國際 測地學聯盟(IAIG)
특급 수준측량 : 3mm $\sqrt{L}$	確率誤差 1mm $\sqrt{L}$ 優
1등 수준측량 : 4mm $\sqrt{L}$	2mm $\sqrt{L}$ 良
2등 수준측량 : 8mm $\sqrt{L}$	3mm $\sqrt{L}$ 可
3등 수준측량 : 24mm $\sqrt{L}$	5mm $\sqrt{L}$ 制限

수준측량실습(고저측량)

상지대학교 지형정보연구센터
<http://gis.sangji.ac.kr>

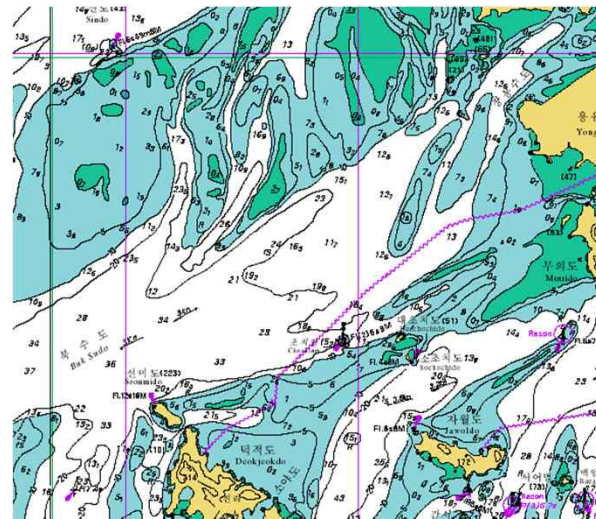
수준(심)측량의 필요성 = 용도

수준측량 : 물의 면을 기준으로 하는 측량.

- 1차원 위치 정보 획득 (높이/깊이 : 지하매설물의 위치 ➡ GIS)
- 지(해)형도 구성에서 표고(수심) 정보 제공 (등고선으로 표현)
지형도 : 위치정보의 집합체(평면좌표 + 등고선 ; 표고) + 속성정보(도식)
- 설계(현황) 횡단면도 제작 : 수평거리와 연계 면적(횡단)결정
중단면도 제작 : 횡단면적과 연계 체적(토공량) 결정

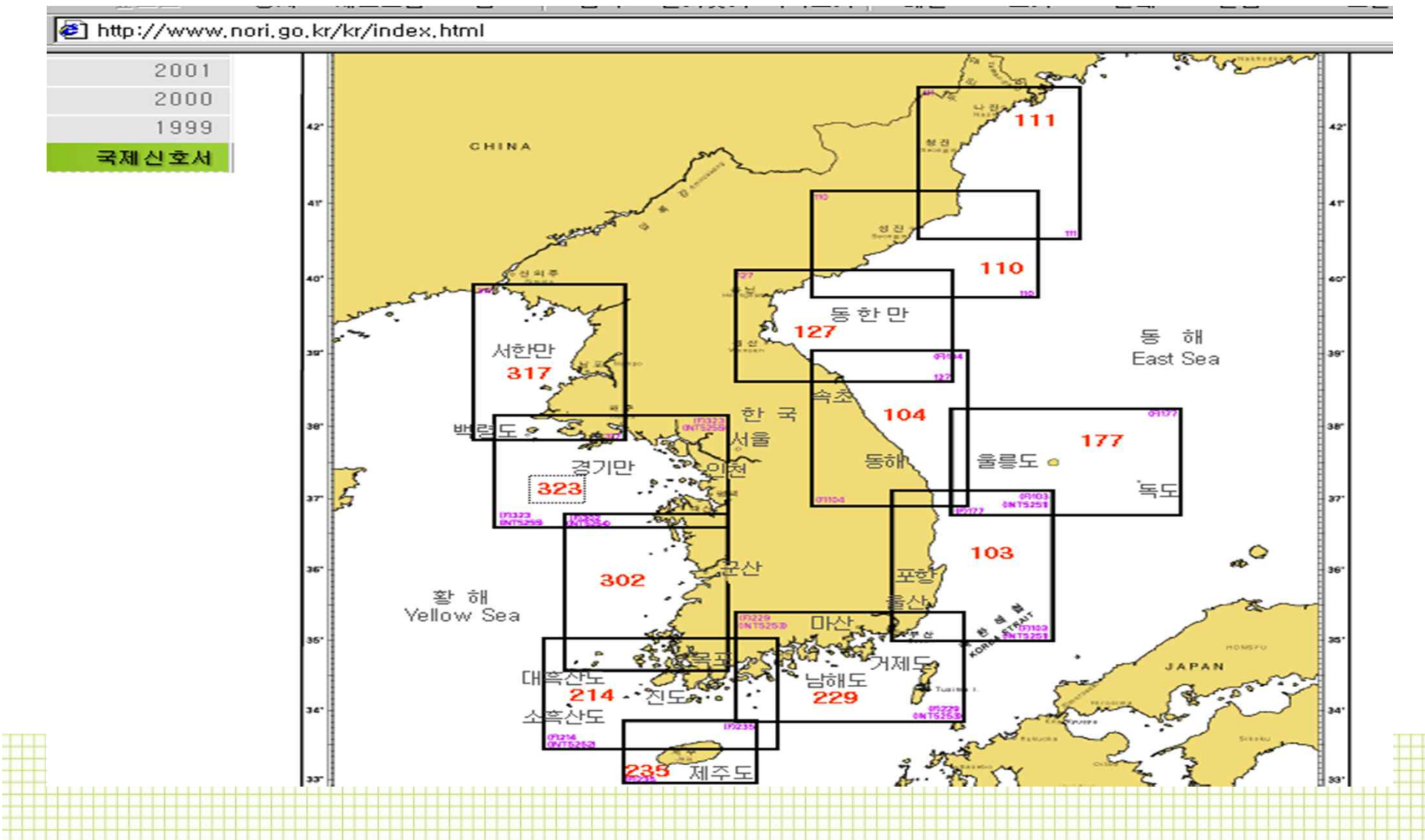


제작 : NGI, 지도창

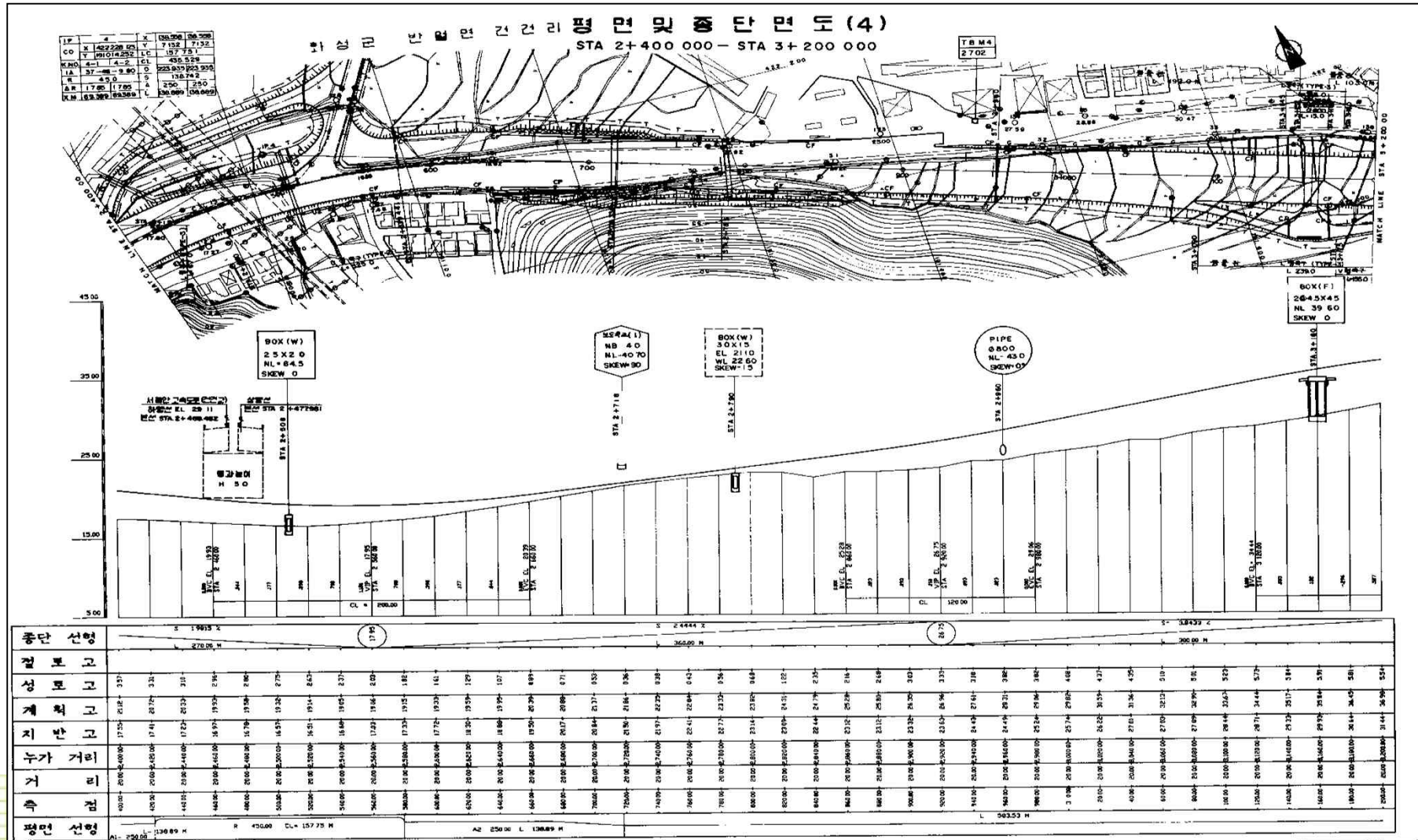


국립해양조사원

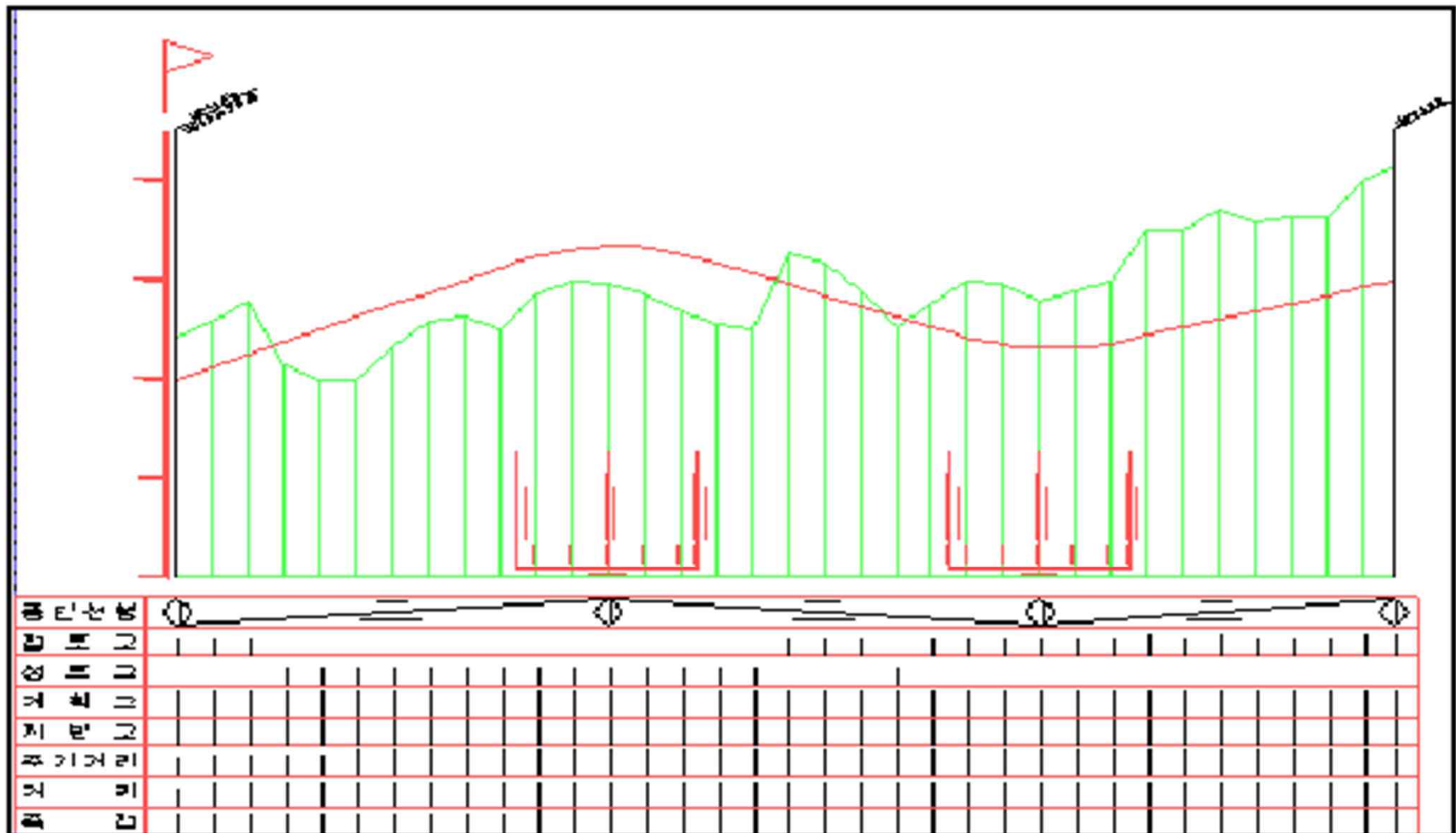
수준측량실습



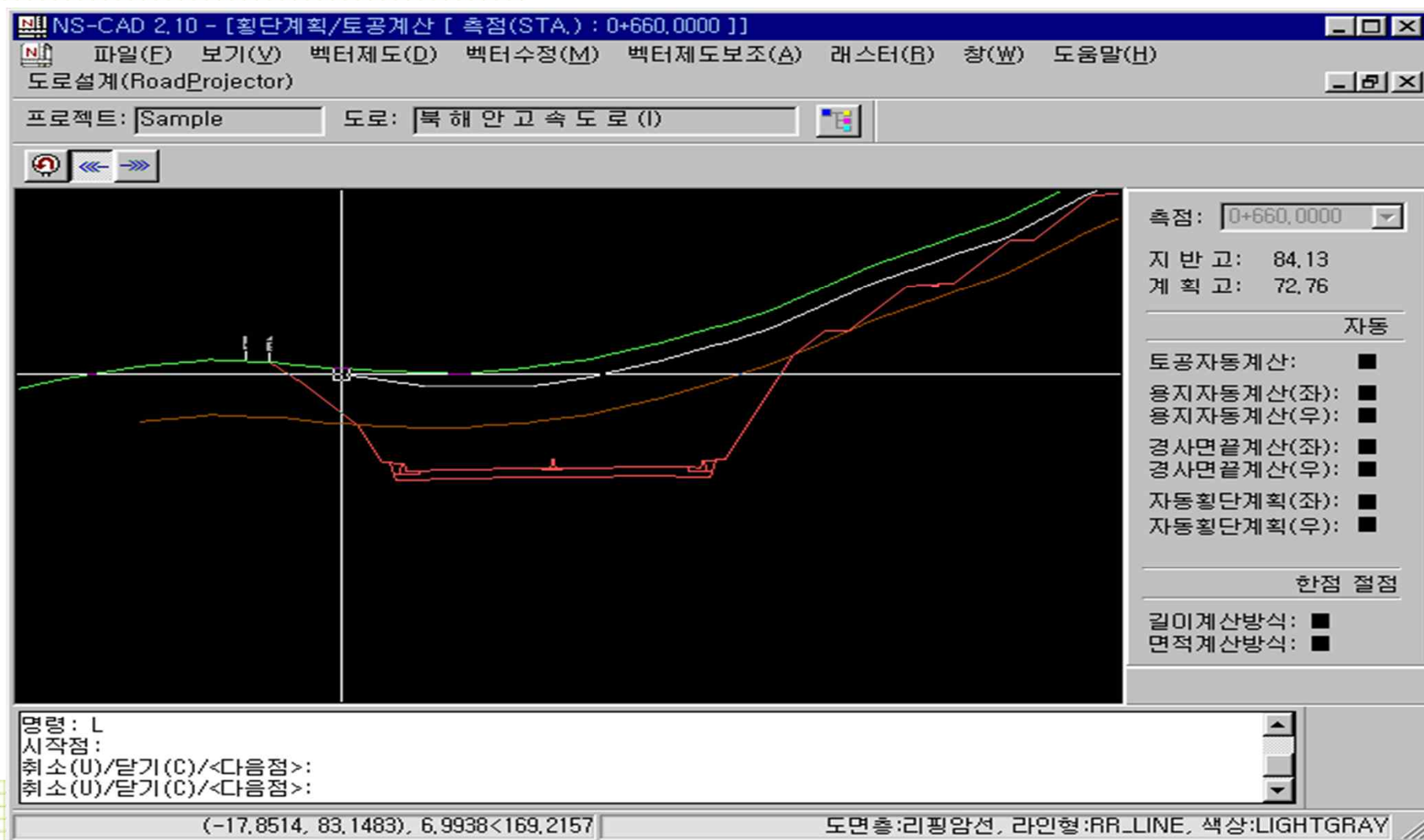
수준측량실습



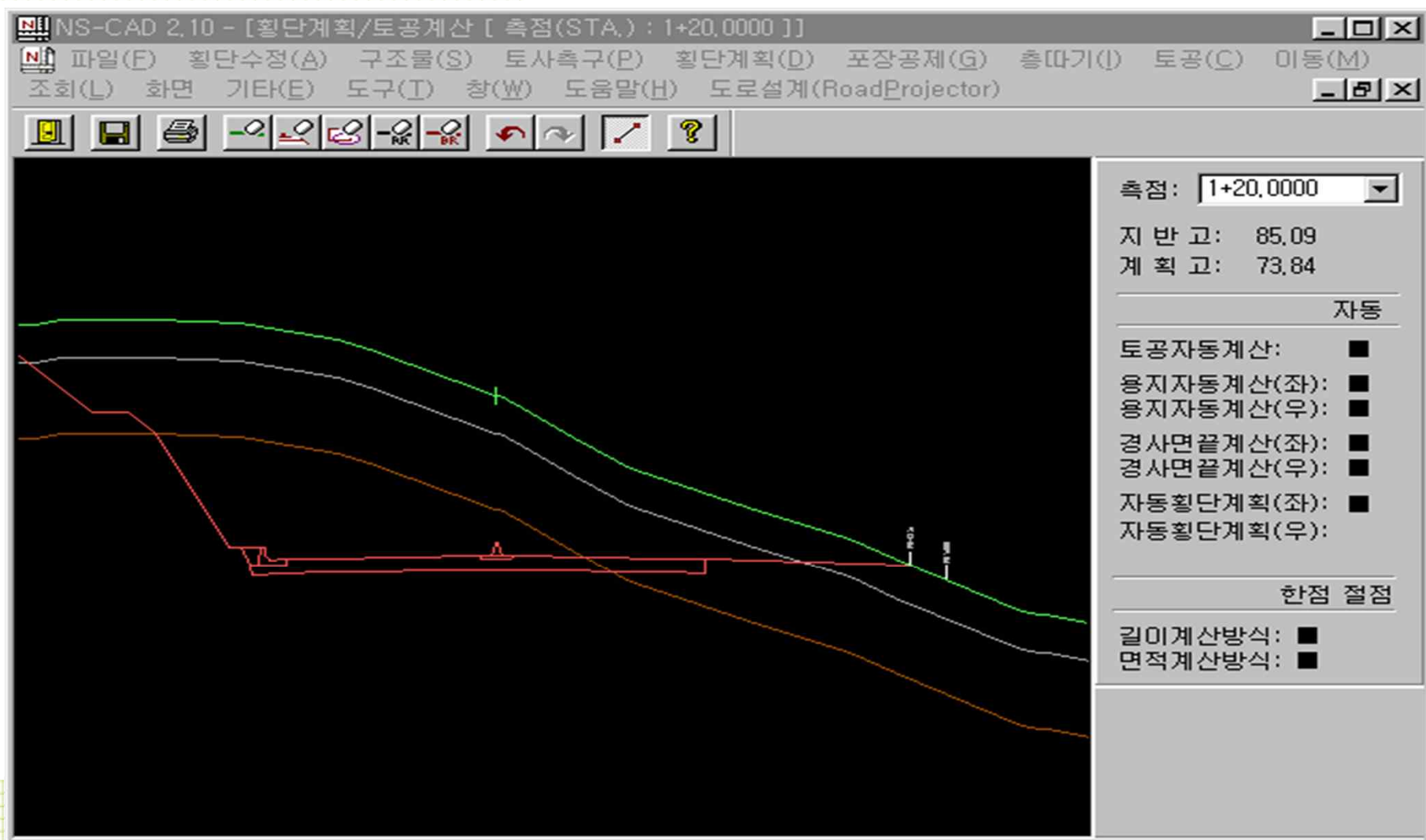
수준측량실습



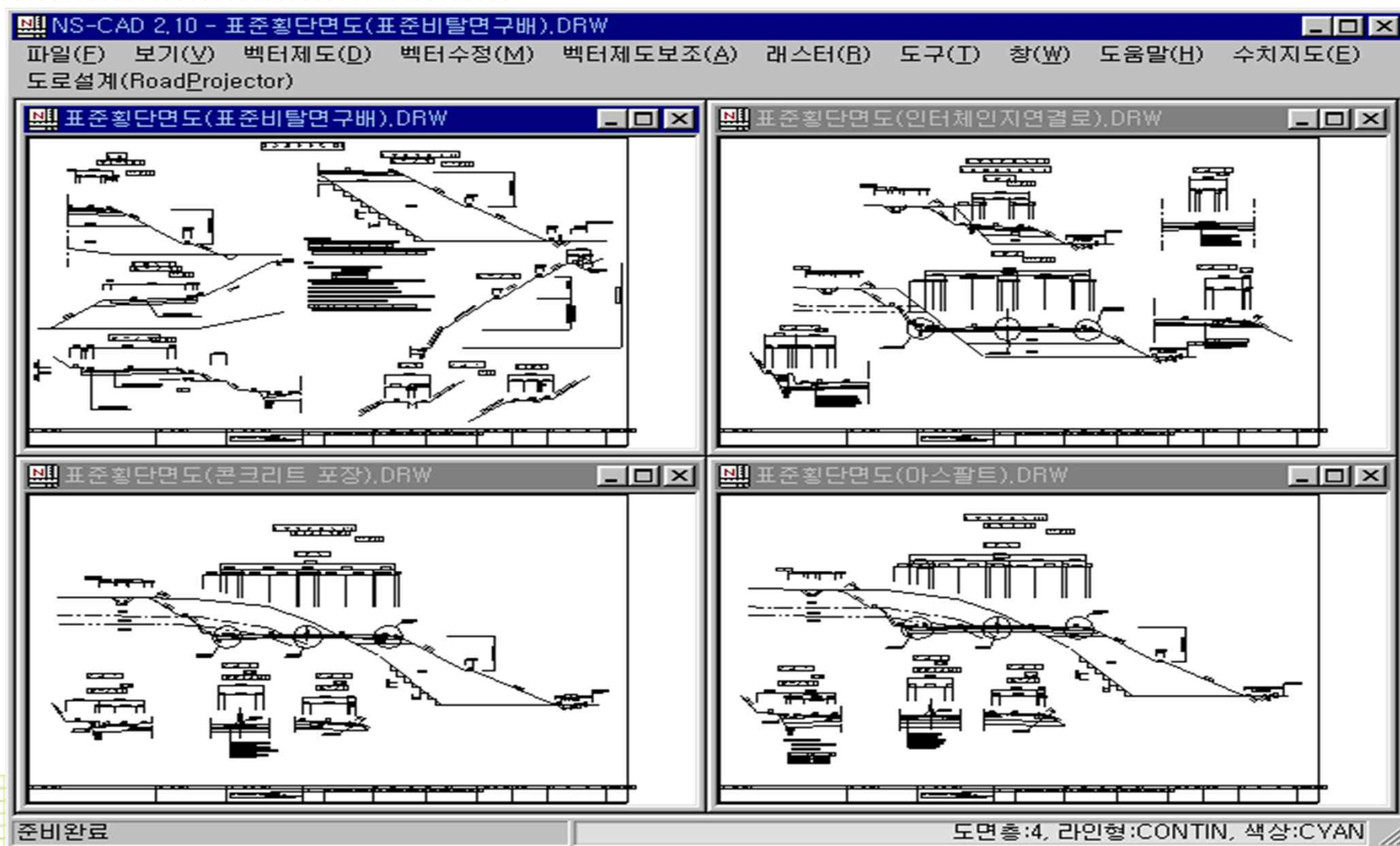
수준측량실습



수준측량실습

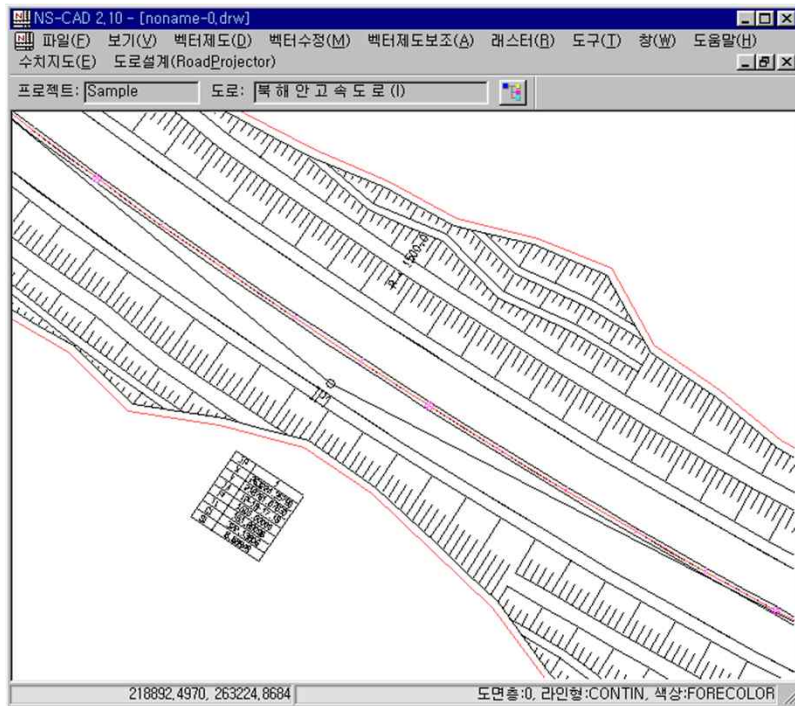


수준측량실습



수준측량실습

계획평면 및 용지 경계도



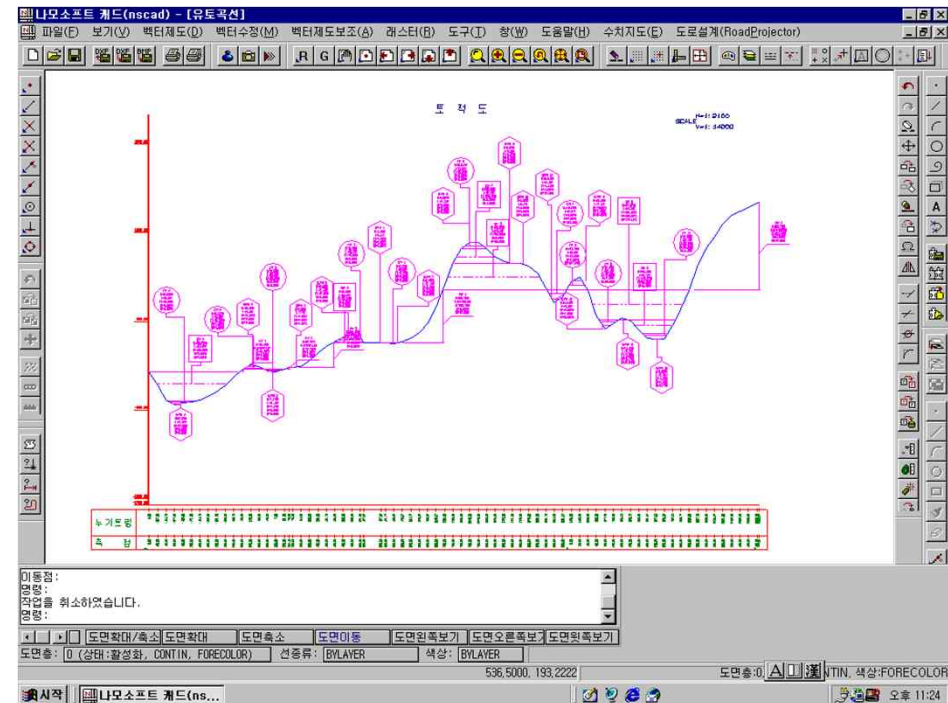
기능

NSCAD 도면으로 직접 출력

DXF 파일로 출력

시면 눈금 간격 조정

유토곡선



기능

온반처리 방식 선택

방안선 표시 선택

중료측점 지정

도면 저장하여 연속 출력

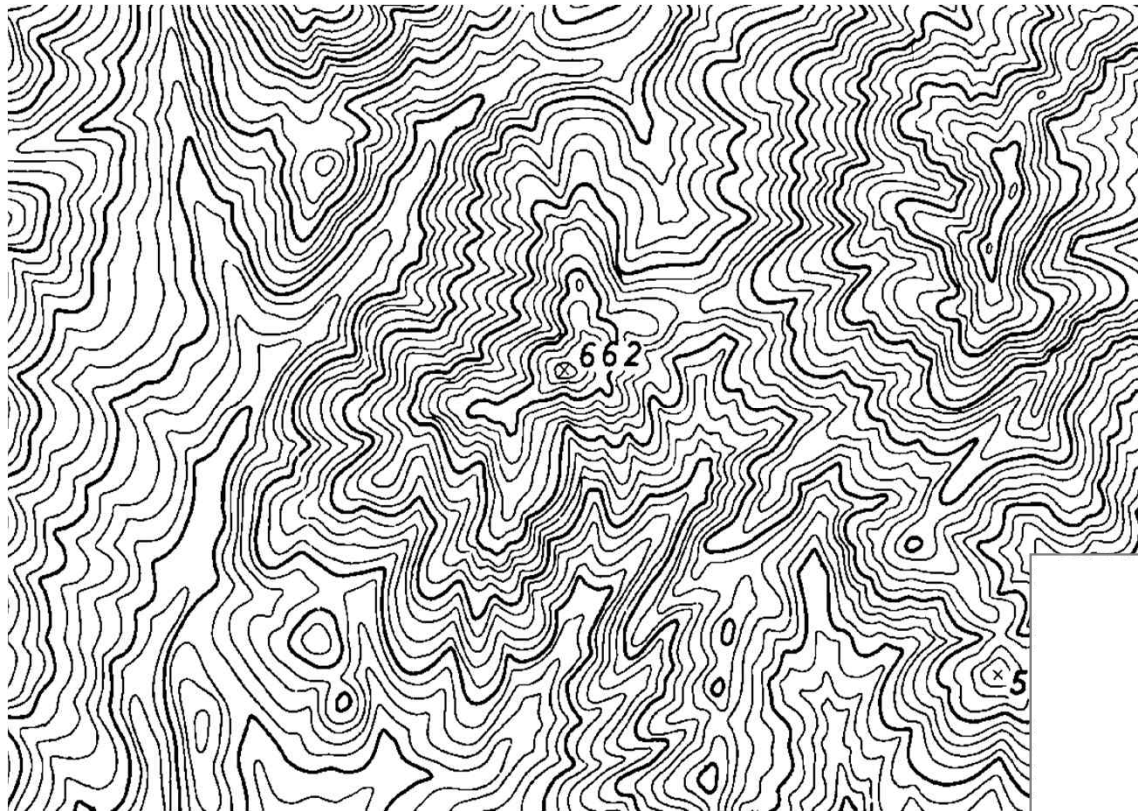
위의 도면 출력에는 작업 편의상 화면을 캡처 받은 것으로 실제 출력 된 상태보다 해상도가 많이 떨어집니다.

수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

✚ 라스터자료, 토탈스테이션 측량자료

수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

래스터 데이터의 벡터라이징 (그림 ➡ 수치도면)



기능

래스터 데이터 벡터 처리

래스터 스냅 설정

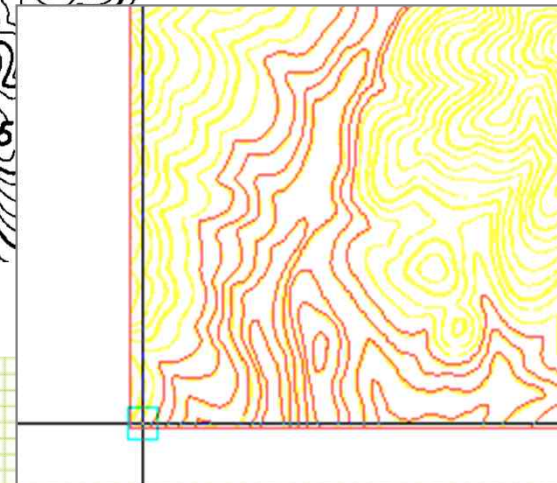
굵기 설정

선, 원, 호, 사각형 그리기

래스터 복구

삭제, 복사, 이동

잡티 제거, 구멍 채우기, Smooth기능

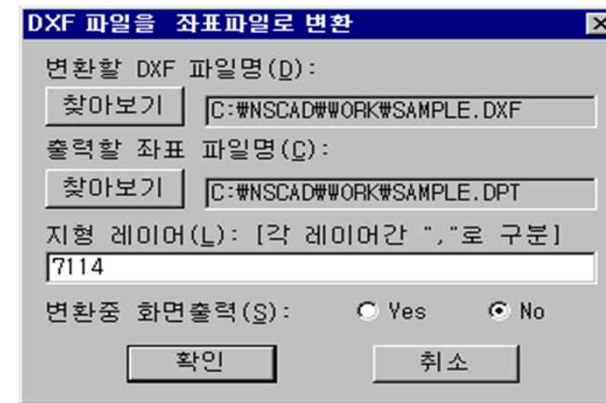


수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

수치지도에 의한 삼각망 구성



수치지도



- 항측 데이터
- 위성측량(GPS) 데이터
- 벡터처리 데이터
- 디지털라이징 데이터

수치지도



좌표파일



삼각망파일

수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

측량자료에 의한 삼각망 구성

측량자료 받기

측량자료



좌표파일



삼각망파일

측량자료를 좌표파일로 변환하기

저장할 측량자료 파일명(G):

전송세부사항
 포트(P):
 전송속도(S):
 데이터비트(D):
 패리티(A):
 측량기기(M):

자료받기

```

02TP0001100.000000100.000000100.000000150.000000
13PTAtmos crn Applied: Press= 1013.0 Temp= 15.00
08K10999100.000000100.000000100.000000
08K10999100.000000100.000000100.000000
08K11000100.000000100.000000100.000000
08K11000100.000000100.000000100.000000
08K11000100.000000100.000000100.000000
08K19999100.000000100.000000100.000000
08K19999100.000000100.000000100.000000
08K19999100.000000100.000000100.000000
08K10002200.000000200.000000150.000000
13TS26-Jan-00 23:28
13TLEDM tol. error: Pt: 0002 79.079
13TLV.obs tol. error: Pt: 0002 19-34'28"
07TP0001000245.000000045.00000000
03NM150.000000
08TP0002261.983051261.98305199.5868547L1
08TP1001260.104046270.03201598.8122409L1
08TP1002260.107470270.03565198.8110832L1
    
```

측량자료를 좌표파일로 변환

측량기기(M):

변환할 측량자료명(I):

출력할 좌표파일명(D):

좌표파일에 좌표값 더하기
 1.X좌표에 더하는 값(X): (M)
 2.Y좌표에 더하는 값(Y): (M)
 3.Z좌표에 더하는 값(Z): (M)

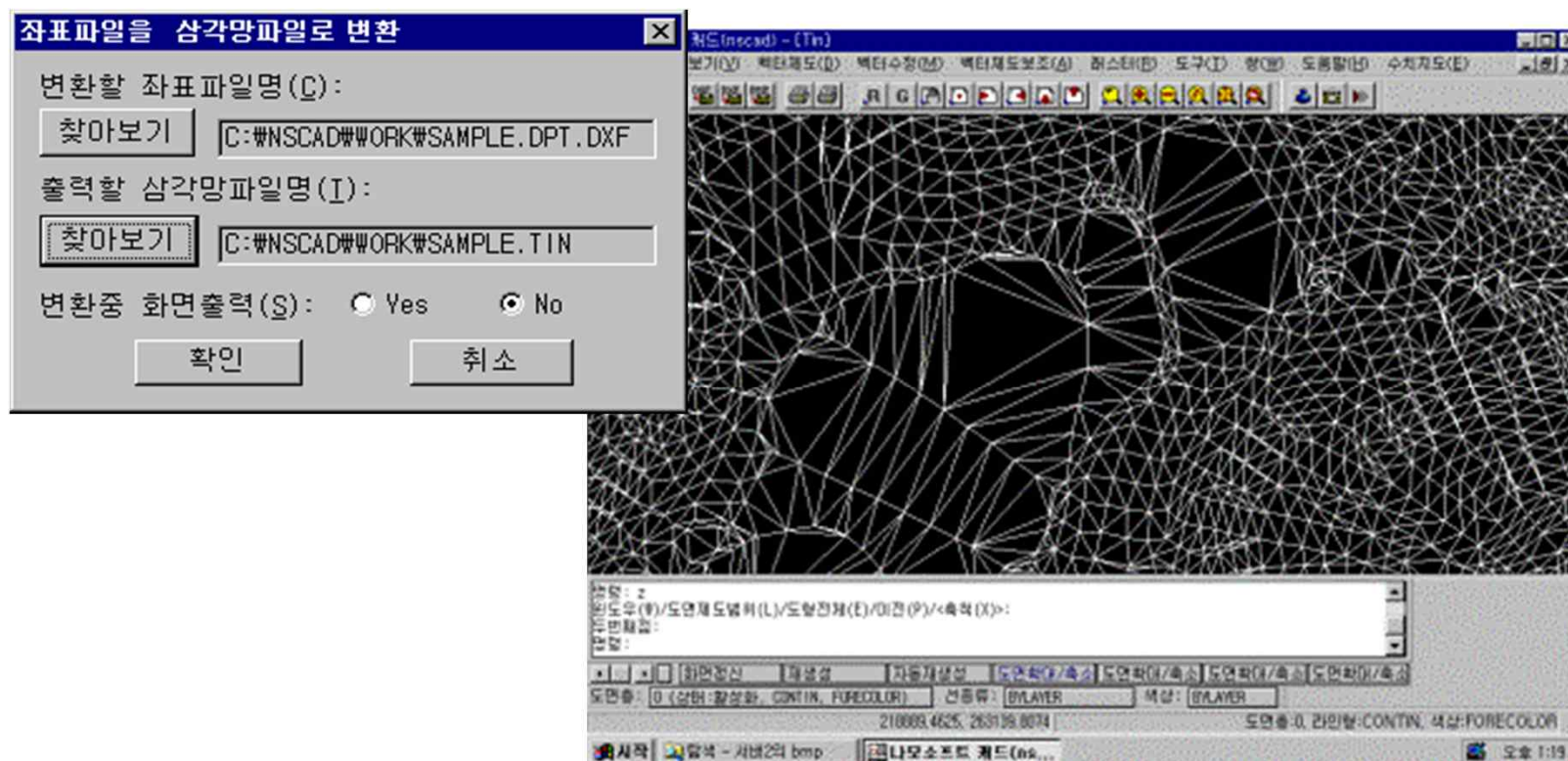
변환중 화면출력(S): ☒ Yes ☐ No

글자높이(I): (M) 글자너비(W): (M)

출력양식
 라인구분 출력(L): ☐ Yes ☒ No
 측량점코드 출력(P): ☒ Yes ☐ No
 측량점번호 출력(N): ☒ Yes ☐ No
 측량점높이 출력(H): ☐ Yes ☒ No
 소수이하 자리수(D): (자리) [범위:0~8]

수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

삼각망 구성



수치지도
측량자료



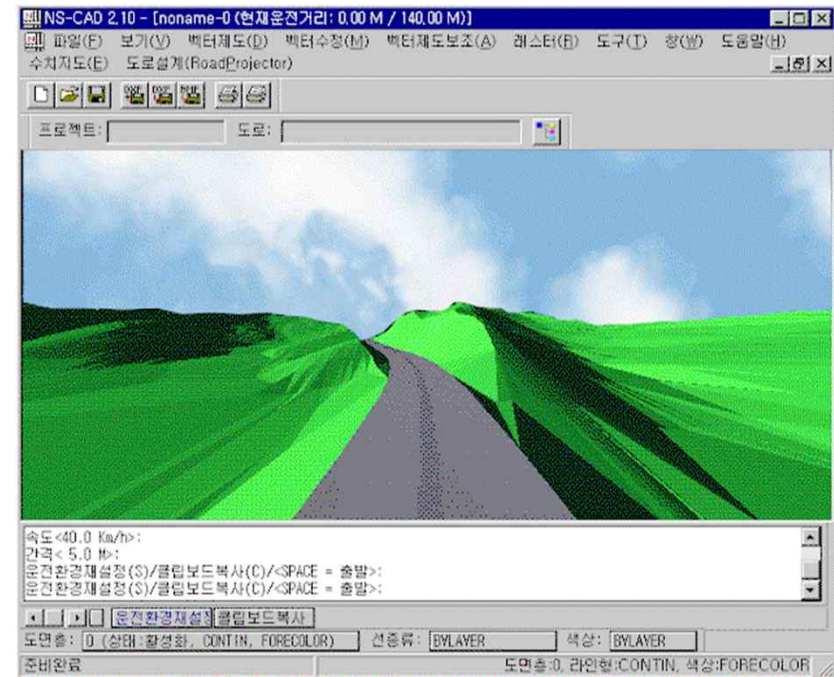
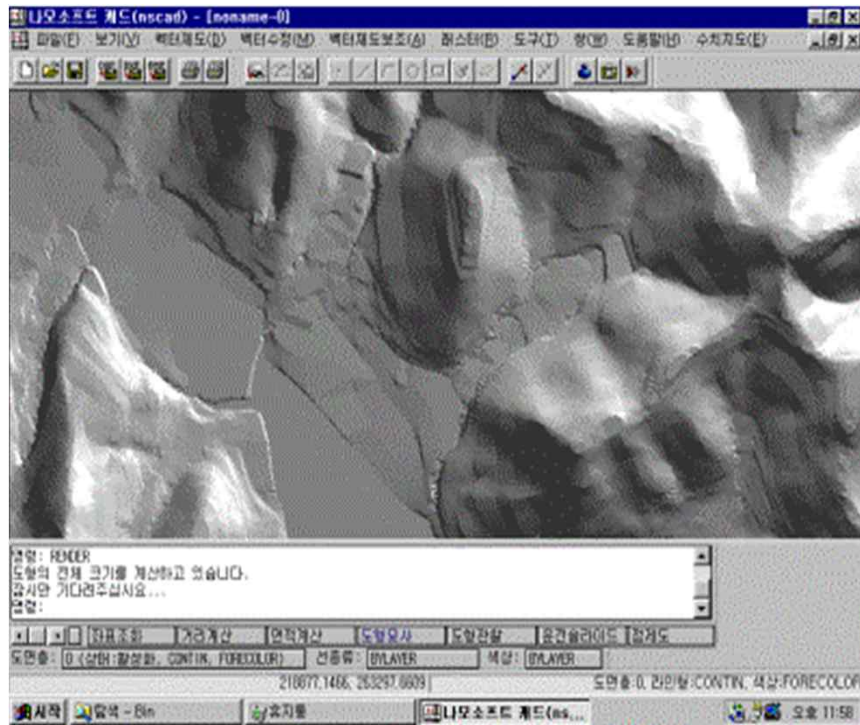
좌표파일



삼각망파일

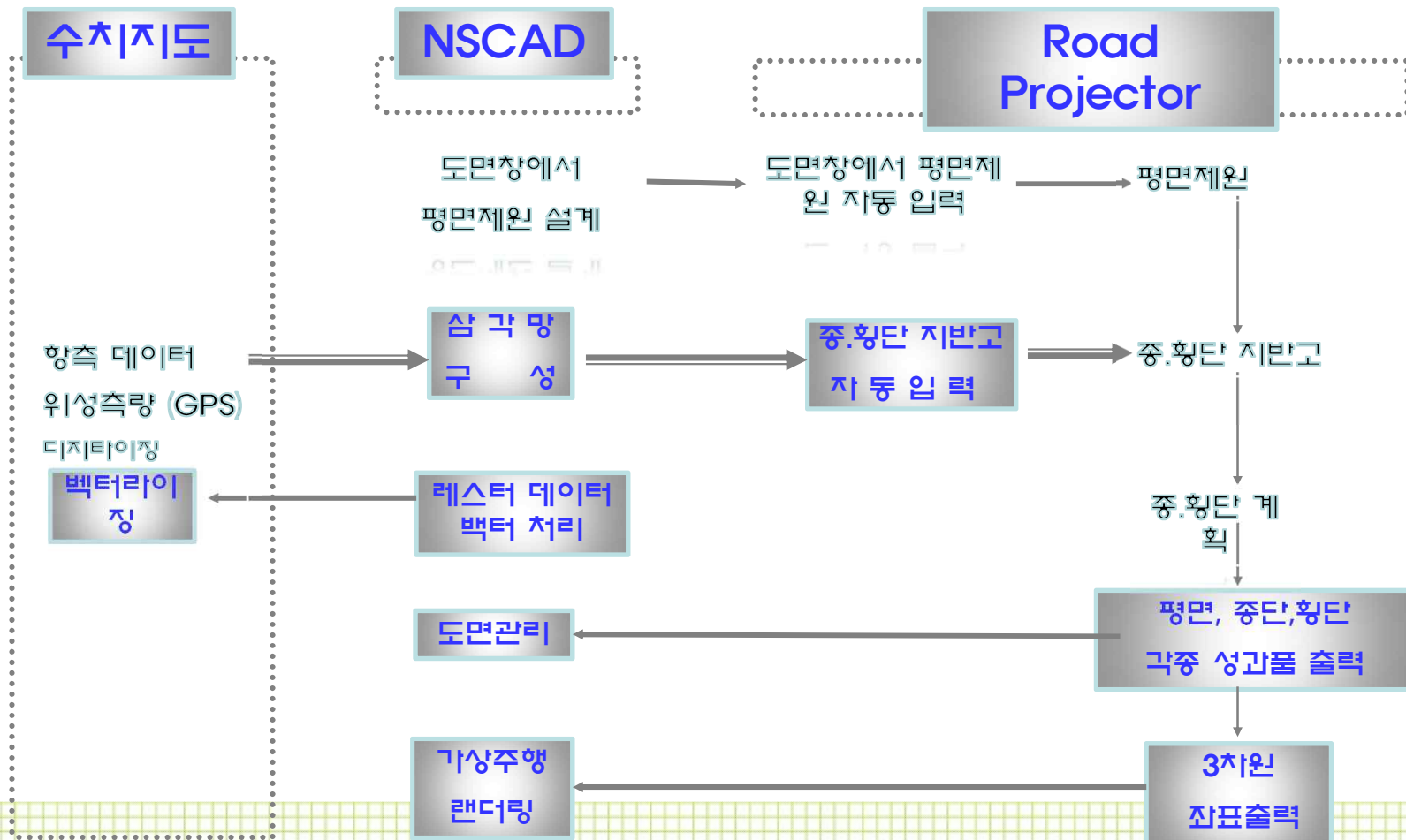
수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

DTM/DEM에 의한 지형분석

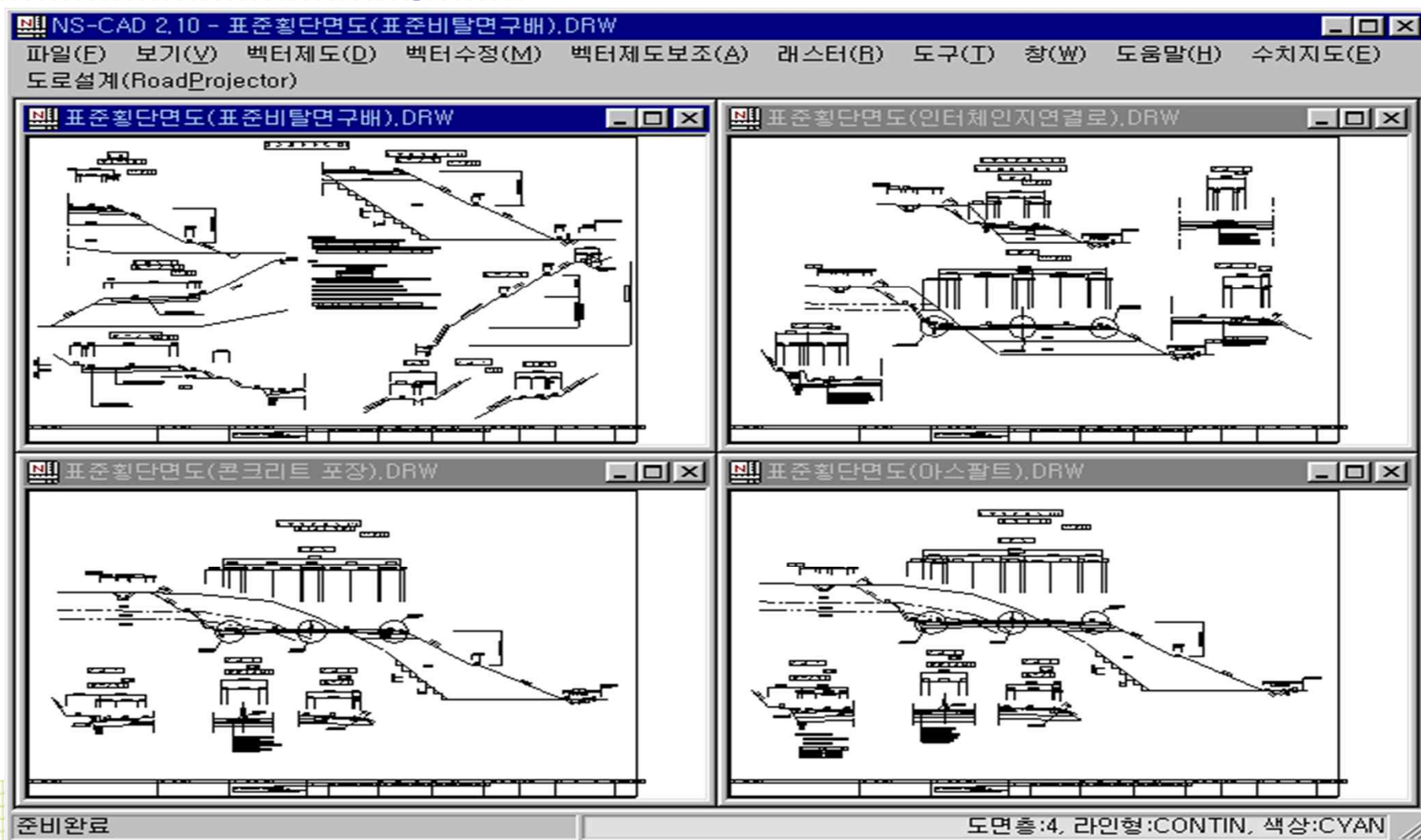


수치도면제작에 의한 지형분석 및 설계 단계_예

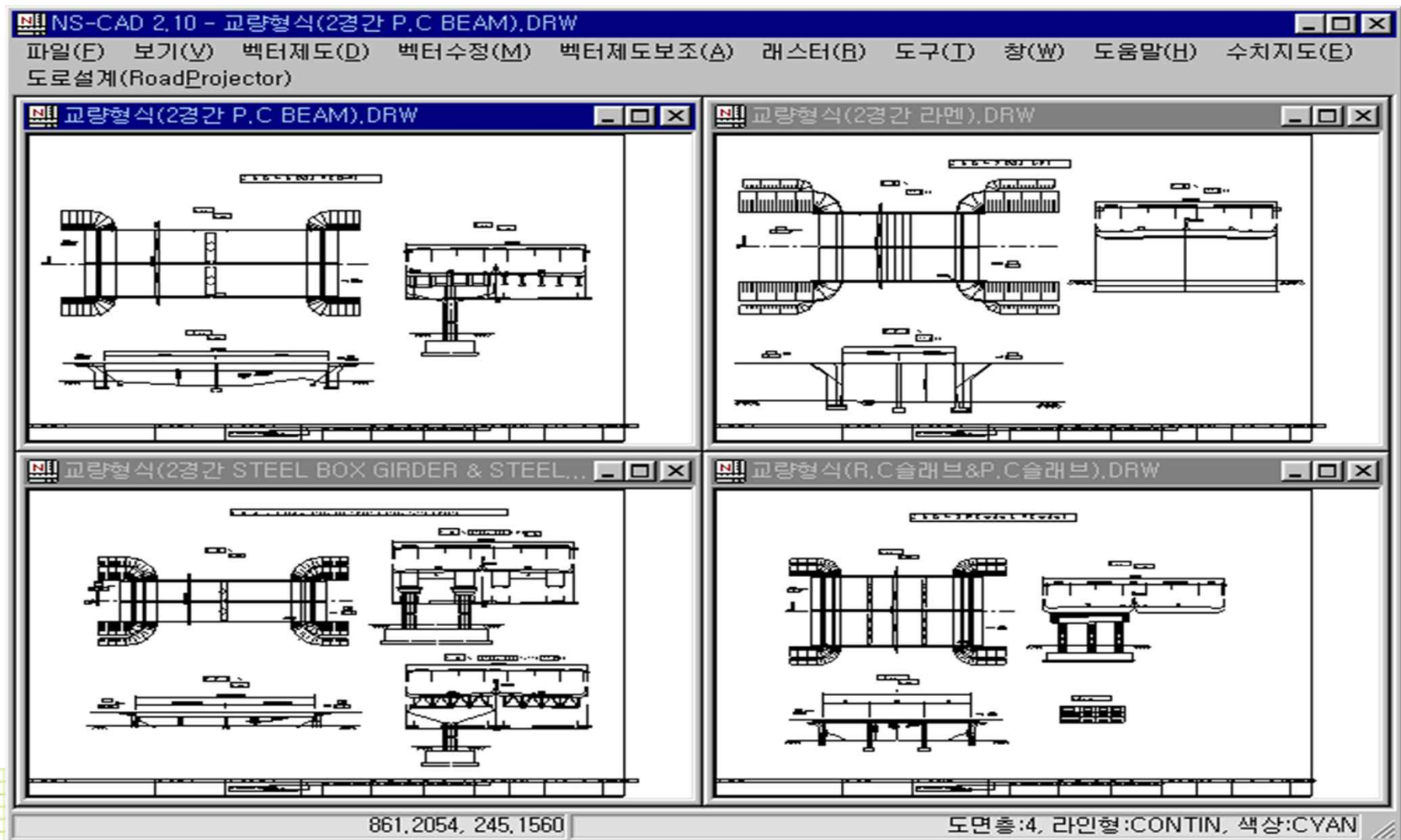
수치지도를 활용한 도로설계 (RP)



도로 표준 횡단면도



교량 일반도



과학적 도로설계 !

STA.0+045

Road Projector 는 순수 우리 기술로 개발되어 국내 실정에 맞는 시스템입니다.

Road Projector 는 설계법령이 바뀔 때마다 추가할 수 있는 확장성 있는 시스템입니다.

Road Projector 는 사용자 요구사항을 최대한 반영하는 사용자 위주 시스템입니다.

Road Projector 는 토목설계를 위한 캐드 명령어들로 구성된 전문 시스템입니다.

Road Projector 는 랜더링, 가상주행 **3D**설계 시스템입니다.

Road Projector 는 수치지도로 종.횡단지반고를 입력 받을 수 있는 시스템입니다.

Road Projector 는 도움말과 자세한 매뉴얼등 사용자를 생각하는 시스템입니다.

Road Projector 는 교육과 기술지원 서비스 등 **100%** 활용이 가능한 시스템입니다.

Road Projector 는 타 회사 프로그램과 호환을 고려한 시스템입니다.

참고자료

주) 나모소프트
Namosoft

[home](#) [mail](#) [sitemap](#)

제품소개

회사소개

고객과함께

기술지원

교육

관련사이트

토목포럼

[공지사항](#) [고객제안](#) [자유게시판](#) [갤러리](#)

Login

아이디

비밀번호

로그인

회원가입

아이디, 패스워드 찾기

기술지원

▶ 온라인 기술지원

▶ 기술지원안내

▶ 기술지원의뢰

▶ FAQ

▶ 자료실

· RoadProjector 2.5자료

· RoadProjector 2.2자료

· Site Projector 1.2자료

· RoadProjector 1.5자료

· CAD & 토목자료

Home > 기술지원 > 자료실 > CAD & 토목 자료 > 내용 보기

→ 자료실 : CAD & 토목 자료

RoadProjector 2.5

RoadProjector 2.2

Site Projector 1.2

RoadProjector 1.5

CAD & 토목자료

제목 [토목]토목프로그램 종류에대해...

작성자

관리자

날짜

2003-02-12

조회

267

설계관련 프로그램에대한 정보가 있어 참고하십시오.

1. Moss

3차원 토목설계 전용 시스템으로 Modeling Of Surface By Strings 약자다.

일반적으로 기본설계에서 사용할수 있으며 광범위한 응용영역을 가진다.

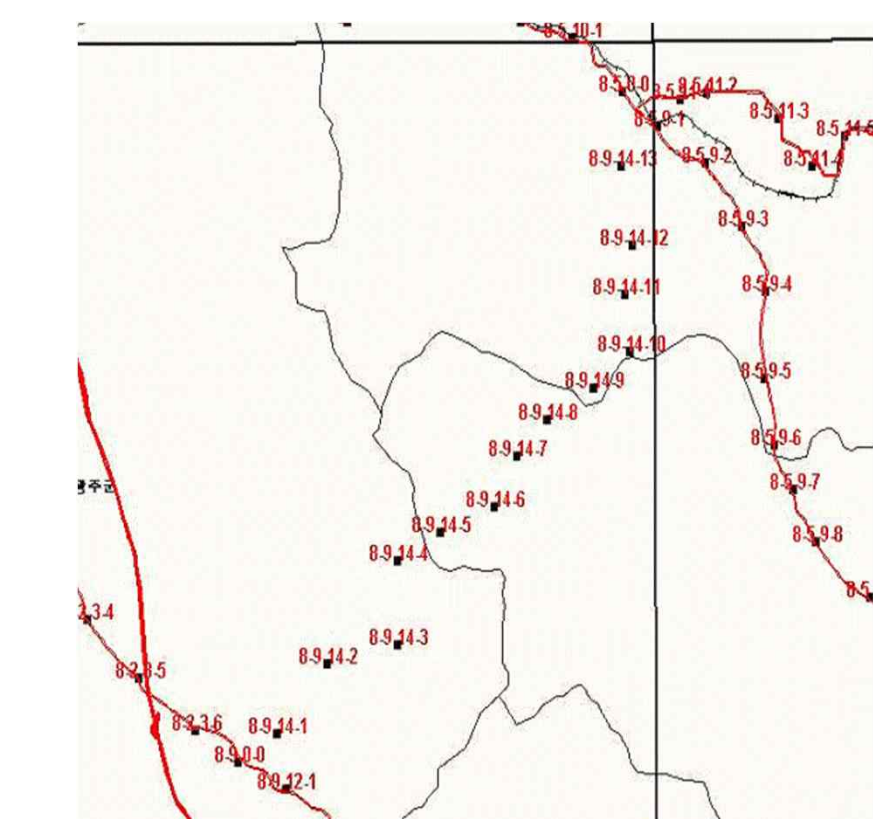
그러나 국내실정에 맞지 않는 부분(물량, 출력물등)이 많아 실시설계에
사용상 제약이 있다.

영국에서 개발하였으며 현재 라인테크시스템에서 달러를 하고 있다.

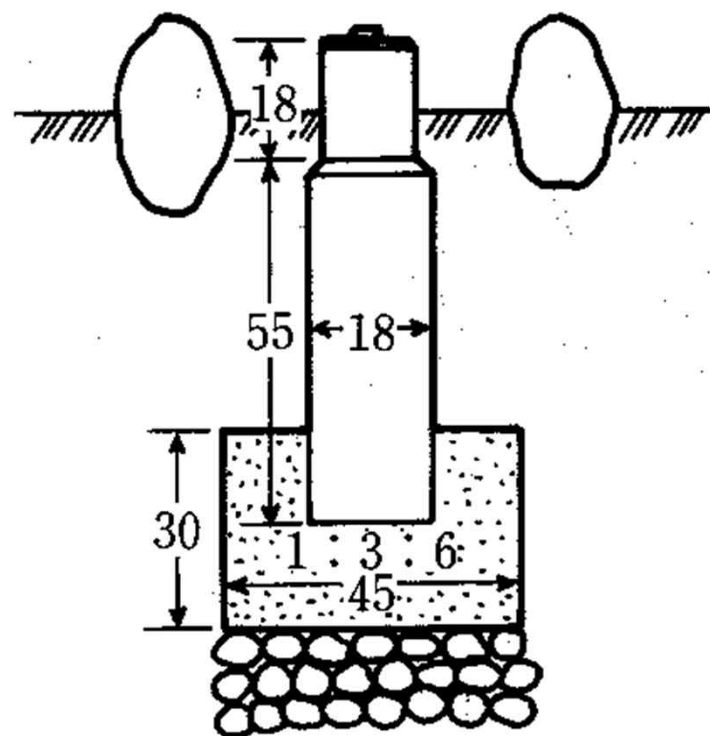
홈페이지는 www.infrasoft-civil.com 이며 한국야후에서 달러사를 검색할수
있다.

2. SoftDesk EaglePoint CivilEngineering

수준점현황 및 수준점 표식

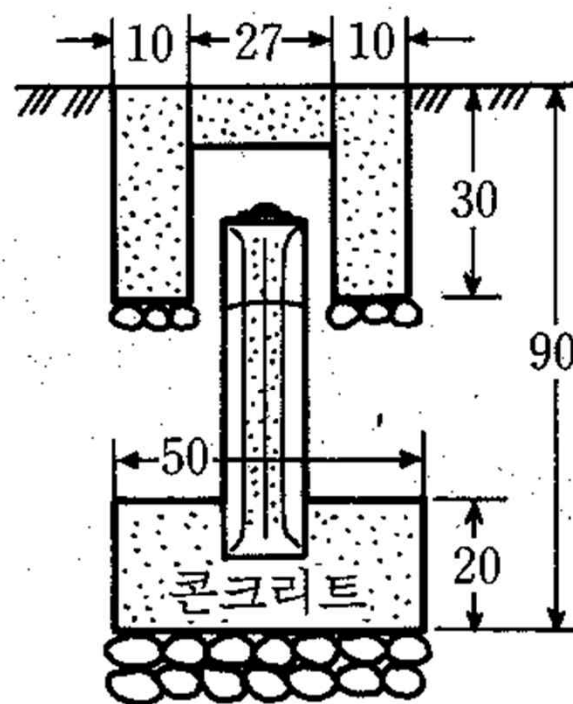


수준점현황 및 수준점 표식



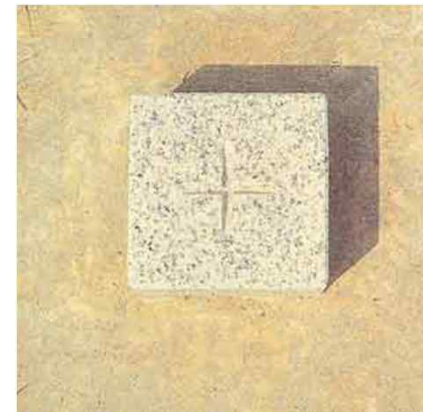
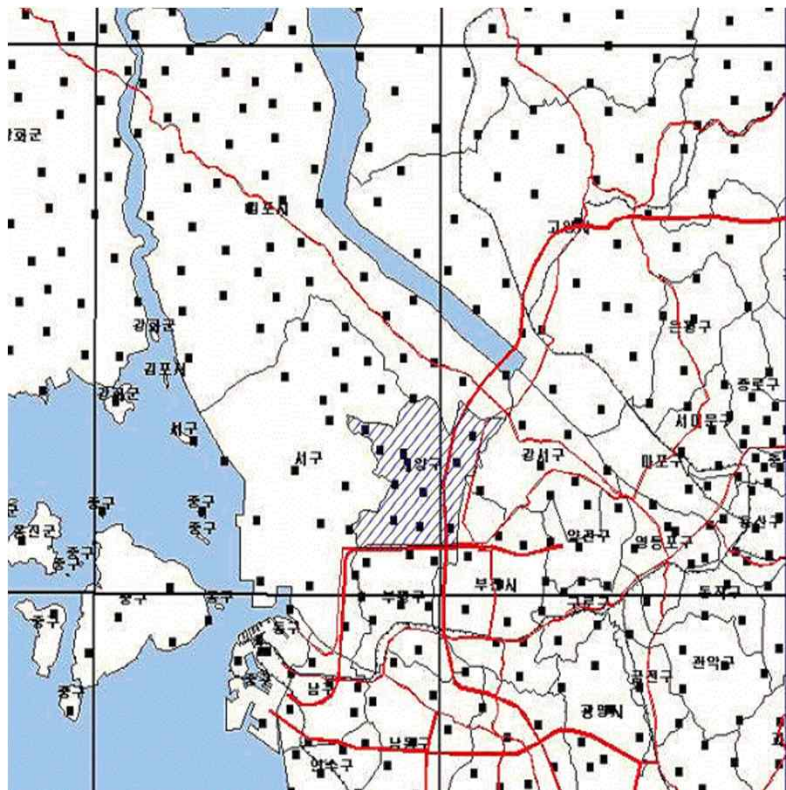
地上標

cm 단위

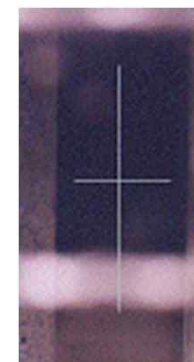
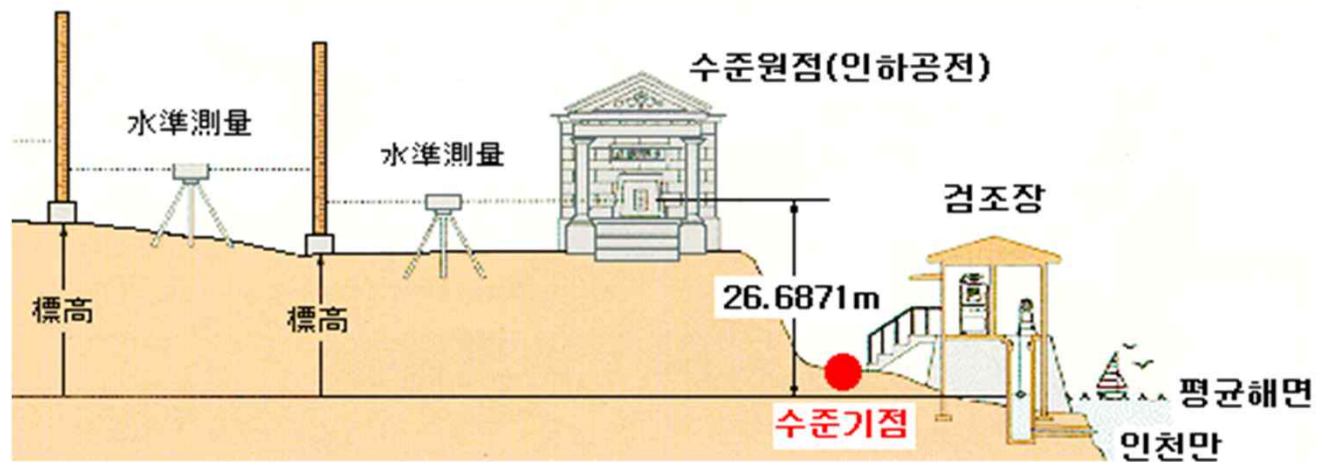


地中標

삼각점현황 및 삼각점 표식



인천수준기점의 고찰



최초 수준기점이 있었던 장소 (좌사진 : 골목, 우사진 : 가스통 옆 화장실)



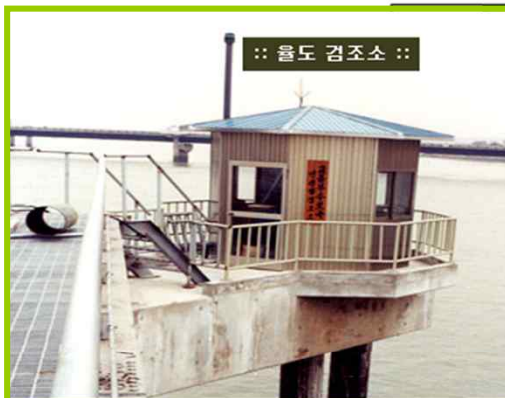
중구청 정문우측화단의 표석



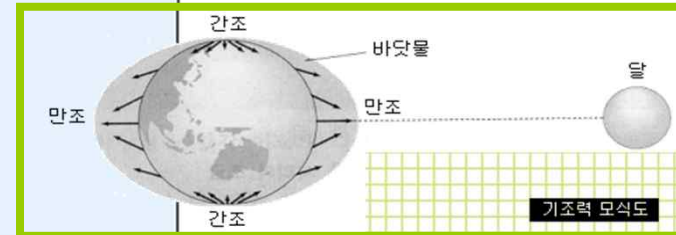
기독교 100주년 기념탑 정원 주변

인천수준기점의 고찰

검조소란 조석관측(tidal observation)을 하는 곳을 말하는데, 검조소에는 검조기(tide gauge), 검조주(tide staff), 기본수준점표(tidal bench mark)등이 갖추어져 있다. 기준검조소에서는 주로 부표식 검조기를 사용하며 해안에 검조우물을 설치하고 도수관으로 해수를 우물 안에 유도하여 연중 해수면 높이의 변화를 기록하고 있다. 우리원에서는 인천, 부산 등 전국 29개의 검조소를 운영하고 있으며 실시간으로 자료를 제공하고 있다.



구분	내용
소재지	인천시 서구 원창동 244-11
위도	북위 37도 30분 24초
경도	동경 128도 36분 16초
관측개시일	1997년 4월 1일
검조의종류	HS-900W
기준면	평균해면 下 464cm



대한민국 수준원점 (수준 Datum : 기준)

울산공업단지 조성을 위한 지형측량

- 1963. 12. 2일 ; 수주원점 설치(1917년 토지조사국이 설치한 인천수준기점에서 측량)
(인하공업전문대학 구내, 水晶板의 영눈금 : 인천항 中)



표1. 대한민국 수주원점

경위도	37°27'20"N, 129°40'20"E
등급	1등급
명칭	6526~3 인천
설치일	1963년 12월 2일
표고	26.6871m

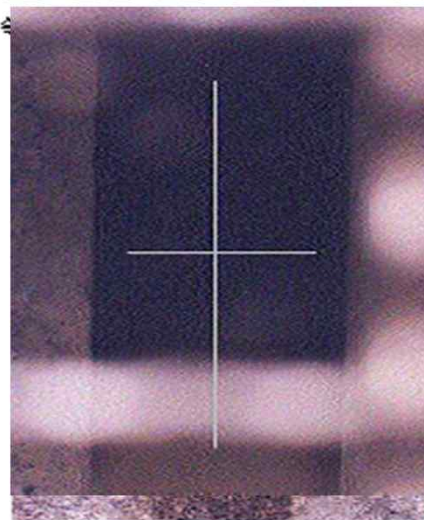


표 2. 인천 수주원점(구 토지조사국 설치) : 현재 망실

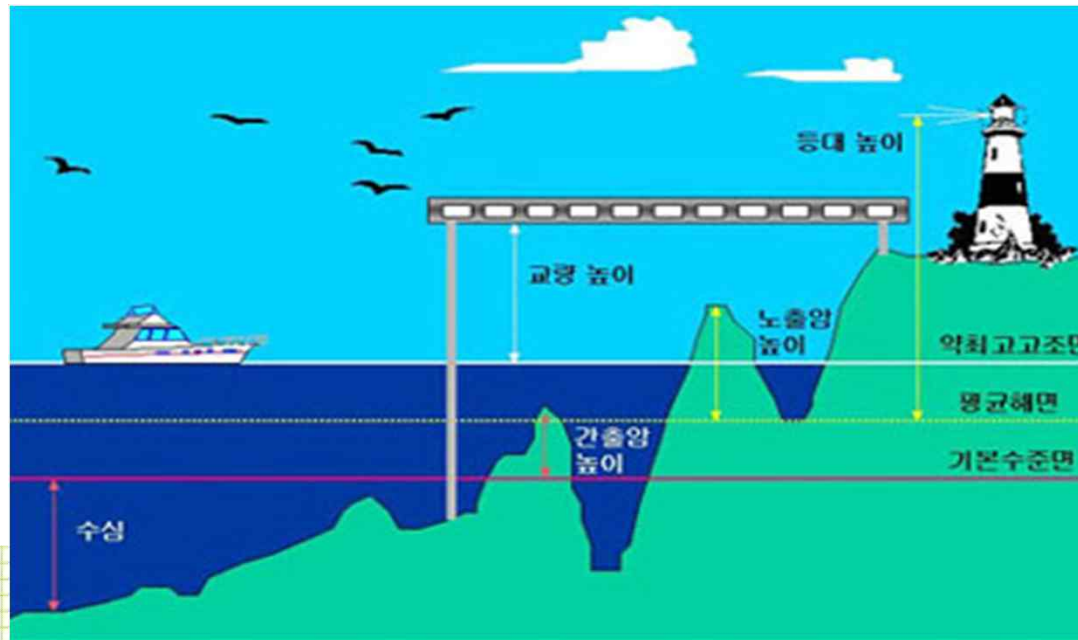
주소	인천광역시 중구 함동 1-2-13
경위도	37°28'17"N, 126°37'08"E
명칭	인천 수주원점
설치일	1917년
표고	5.477m
설치자	구 토지조사국

우리나라의 산과 언덕의 높이의 기준이 되는 수주원점은 1963년 12월 2일 인천광역시 남구 용현동 253번지 인하대학교의 학생회관 뒤쪽에 설치되어 있다. 옆 사진의 정면 창문을 통하여 볼 수 있는 것이 아래 사진과 같은 수정으로 된 "+"자선 무늬를 볼 수 있으며, 수평선의 표고가 26.6871m 이다.

대한민국 수준원점

수준 Datum : 기준

- 육지의 지도 : 수준면으로 인천항의 평균해면 을 이용
- 해도 : 조석관측을 실시하여 지역별 해수면의 조위(潮位)가 가장높은 약최고고조면(略最高高潮面, approximately highest high water), 평균해면(平均海面, mean sea level), 해수면의 조위가 가장 낮은 기본수준면(基本水準面, datum level, 약최저저조면 (略最低低潮面) 이라고도 한다) 등 3가지를 각기 목적에 따라 구분하여 이용



지하매설물 탐지기

✚ 지하매설물 탐지기는 다른 말로 지장물 탐지기, 파이프 & 케이블 탐지기, 라인 (Line) 탐지기, 관로 탐지기로 불리어 집니다. 지하매설물이란 글자 그대로 지하에 매설되어있는 물체를 말하며, 여기에는 상수도관, 하수관, 통신케이블, 전기케이블, 가스관 등 우리 생활에 밀접한 관계를 가지고 있습니다. 그러나 땅속에 있는 금이나 철근같이 비 연속성을 가지는 것은 지하매설물이라고 하지 않습니다. 탐지기의 종류는 여러가지 있지만 일반적으로 많이 쓰이는 방식은 전자유도 방식과 GPR 방식 두 가지가 많이 쓰입니다. 전자유도 방식의 탐지기로 알아낼 수 있는 정보는 땅속에 묻혀있는 금속 매설물의 심도와 방향 그리고 매설위치이고, GPR 방식의 탐지기는 금속뿐만 아니라 비금속의 매설물의 심도, 위치 및 관경이나 지질 상태까지 알아낼 수 있습니다. 지하매설물 탐지기를 사용하는 곳은 통신공사나 한전의 지중선로 관련부서, 도시가스 회사, 각 도별의 수도사업소, 수자원 공사, GIS 사업소, 건설회사 에서 널리 쓰이고 있습니다. 특히, 요즘 지중선 사고가 빈번하기 때문에 건설, 토목관련 회사는 필수적인 장비로고 있고, 누수 탐지를 전문으로 하는 회사들도 많이 쓰이고 있는 장비입니다.

지하매설물 탐지기



용도

1. 전기 케이블, 가스 파이프, 상 하수관, 통신 케이블등 금속/비금속 관로 탐사 가능.

지하매설물 탐지기란 지하에 매몰되어있는 상수도 배관, 가스배관, 전력케이블, 통신케이블 및 하수관 등의 위치 및 심도를 알아내는 장비를 말한다. 다른 말로 관로 탐지기, 라인 탐지기, 케이블 탐지기 등으로 불리어진다. 주로 금속 라인만을 찾아내는 탐지기로 알려져 있다.



<http://jceng.co.kr/data.htm>

지하매설물 탐지기



RD4000

Precision buried cable and pipe locator

전자유도방식의 지하매설물 탐지기를
세계 최초로 개발한 회사인 영국의
RADIODETECTION사의 최신 제품으로

제품구성

수신기(RD4000Rx)
송신기(RD4000T3)
접지선, 접지봉
운반용 가방
사용설명서(국/영문)
인터넷 연결 케이블
외부전원(12V)케이블
시그널램프(옵션)

수신기(RD4000Rx)

주파수 모드 :

능동모드 : 512Hz / 8KHz / 33KHz / 65KHz / 200KHz /

수동모드 : POWER / RADIO

표시방식 : 음향 + 화면 표시

탐사모드 : 넓은 피크법 / 좁은 피크법 / 널법(3가지)

전원 : 건전지(D형 4개)

무게 : 2.8Kg

사용시간 : 평균 16시간

측정종류 : 매설물 위치, 깊이, 방향, 송신 전류

Gain조절 : 반자동

송신기(RD4000T3)

주파수 모드 : 512Hz / 8KHz / 33KHz

출력 : 3W

송신모드 : 직접법 / 간접법

전원 : 건전지(D형 12개)

중량 : 4.2Kg

사용시간 : 평균 8시간

출력조절 : 4단계

외부전원 : 12V 자동차 배터리

지하매설물 탐지기



제품구성

수신기 / 송신기 / 집지선 / 집지봉 / 운반용 가방 / 사용설명서 / 옵션: 외부코일, 프로브

- 일본 최고의 지하매설물 탐지기

일본 TACACHIHO SANGYO사의 최신형 제품으로 종래의 모델보다 뛰어난 성능과 휴대성과 조작성이 편리하게 제작되었다. 특히 유도법에 탁월한 성능을 가지며 가격대비 높은 성능을 가진 탐지기이다.

- 수신기

주파수 모드 : 9.5KHz / 38KHz / POWER / RADIO
표시방식 : 음향 + 대형 LCD
탐사모드 : PEAK 법
전원 : 건전지 (AA형 8개)
무게 : 2.1Kg
사용시간 : 평균 25시간
측정종류 : 매설물 위치 / 매설물 깊이 / 송신 선류
게인(Gain) 조절 : 자동
심도측정능력 : 최대 5m

- 송신기

주파수 모드 : 9.5KHz / 38KHz
출력 : 2W
송신모드 : 직접법 / 간접법
전원 : 건전지(D형 8개)
무게 : 3.38Kg
사용시간 : 평균 50시간



Accessories



금속탐지기



수심 측정기(EchoSounder : 음향측심기)

제2차 세계대전 이후 음향탐지 기술의 급속한 발달이 이루어지면서 음향측심기(수심측정기)가 개발되기 시작하였다. 음향측심기는 바다 밑에 초음파를 발사하면 약 $1,500\text{m/s}$ 의 속도로 바다 밑에 이른 뒤 다시 반사되어 같은 경로로 되돌아오는 성질을 이용한 것이다.

이 과정에 걸리는 시간을 잰 뒤 이 수치를 이용하여 물의 깊이를 알아냈다. 그러나, 초음파의 전달 속도는 바닷물의 온도와 염분, 수압 등에 따라 달라지므로 수심에 대한 바닷물의 물리적 특성 측정값을 이용하여 관측값을 수정해야 한다.

일반적으로 $10\sim 200\text{kHz}$ 정도의 주파수를 사용하는데, 주파수가 낮으면 깊은 곳까지 측정할 수 있는 반면 정밀도는 낮아지고 주파수가 높으면 정밀도는 향상되지만 깊은 수심까지 측정이 불가능해진다. 보통 정밀한 측정을 위해 200kHz 가량의 주파수를 사용하고 있다.

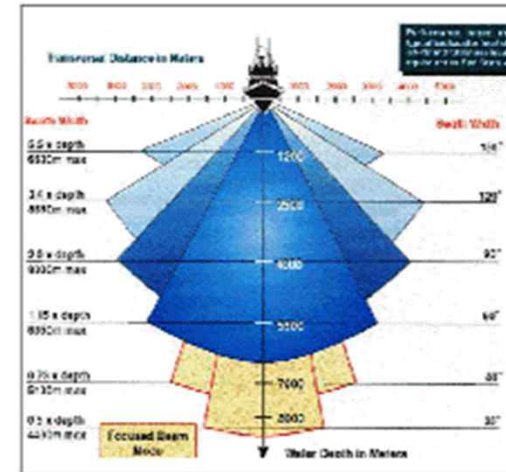
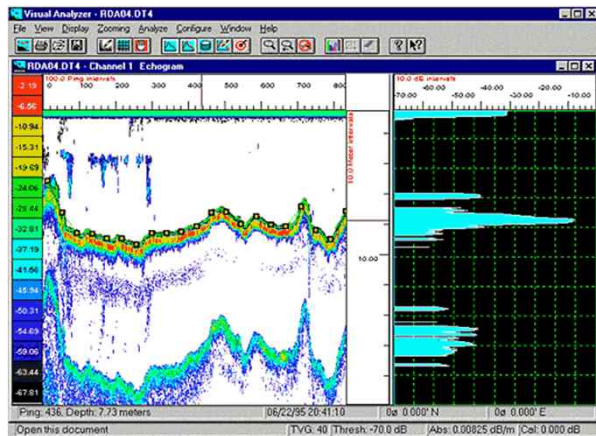
현재 수심 측량은 기존의 음향측심기와 달리 음파의 송·수신 범위 안에서는 바다 밑 횡단면 전체를 동시에 측정할 수 있는 다중빔 음향측심기를 이용하고 있다. 이 장비는 배가 이동하면서 다중 음향신호를 발사하고, 이를 다시 수신함으로써 수심과 해저지형을 동시에 관측·기록하는 방법을 채택하고 있다.

기존 음향측심기가 조사선의 수직하부 한 지점의 측심만 할 수 있는 것과는 달리 이 장비는 송·수파 가능 범위의 해저 횡단면 전체를 동시에 측심할 수 있을 뿐만 아니라, 정밀도에서도 기존의 측심기보다 우수하기 때문에 해저지형도를 작성하는데 많이 활용되고 있다. 또한, 측정된 자료는 컴퓨터를 통해서 실시간 등심도 또는 지형도가 컬러그래픽으로 작성되며, 여러 형태의 정보로 분석·처리하여 관리된다.

EchoSounder : 음향측심기에 의한 수심측량



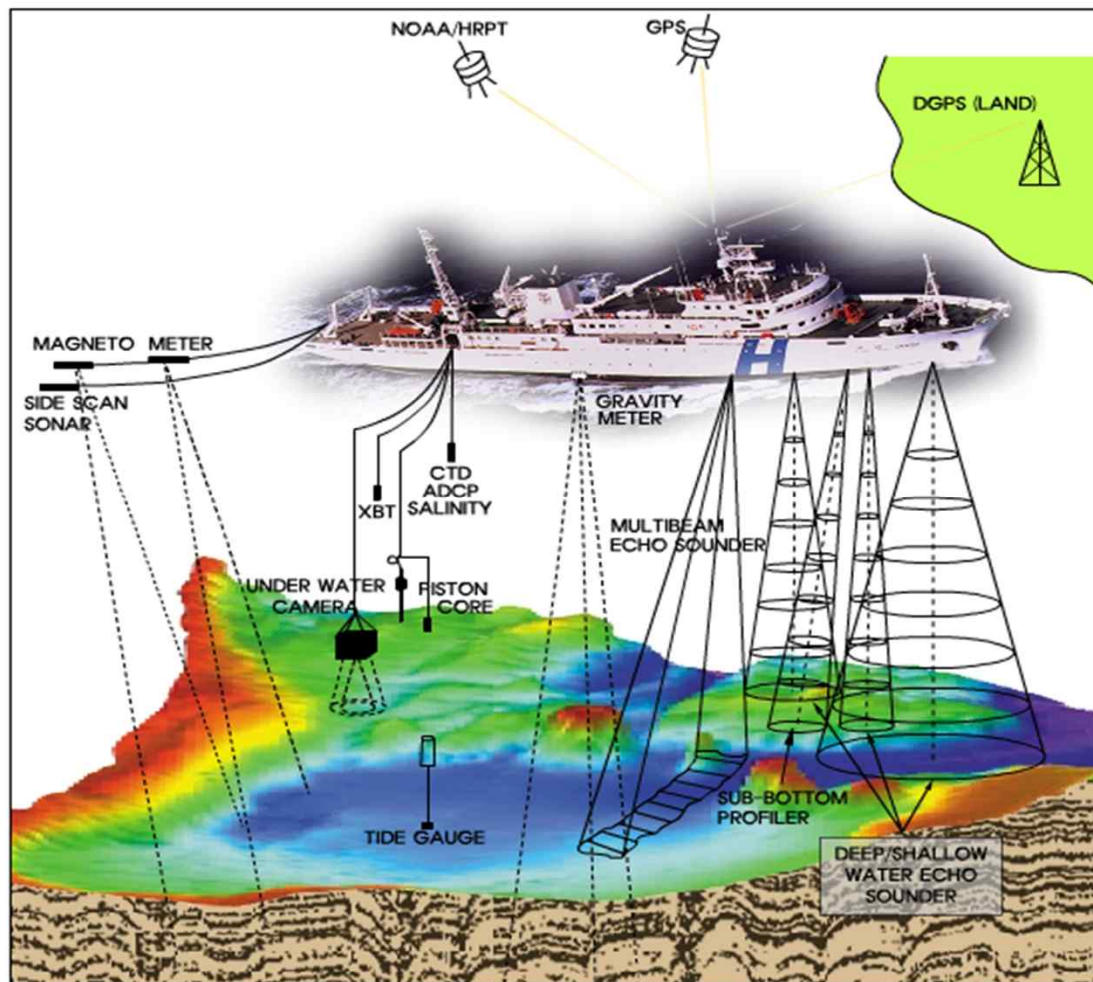
Single Beam



다중빔 음향 측심기

Multi Beam

수심 측정기(EchoSounder) 활용



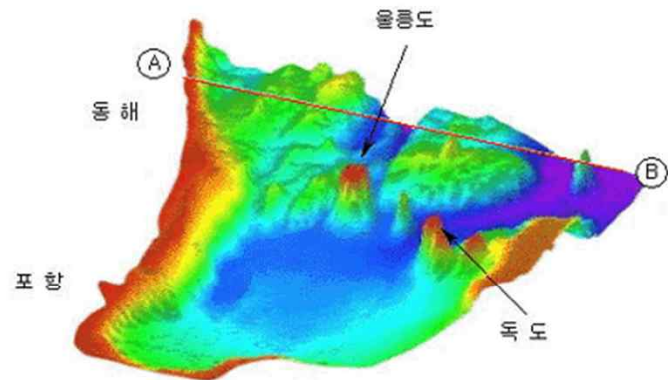
해양2000호

국립해양조사원에서는 1996년부터 우리나라 관할 해역 375,000km²에 대한 국가해양기본도조사를 년차적으로 수행하고 있다.

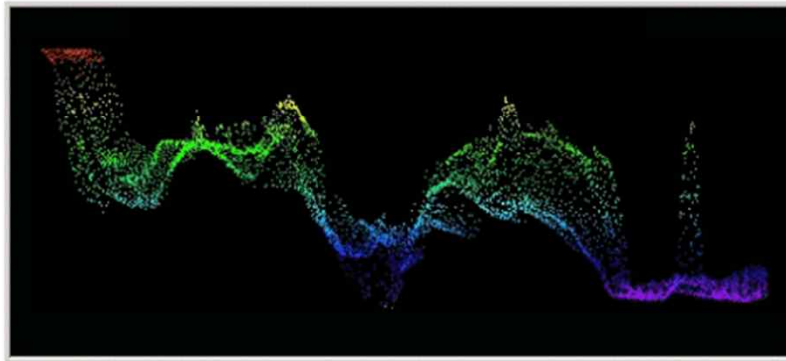
이 조사의 목적은 유엔해양법협약에 따른 주권해역의 과학적 조사 자료를 확보함은 물론 해양부존 자원 및 에너지개발 등 해양개발을 위한 기초 자료의 제공과 해상교통의 안전 항로 확보, 해양환경보존 및 해양정책 수립시 필수 정보를 제공하게 되며 [해저지형도], [중력이상도], [지자기전자력도], [천부지층분포도]로 구성되어 있다.

<http://www.nori.go.kr/kr/data/main.asp>

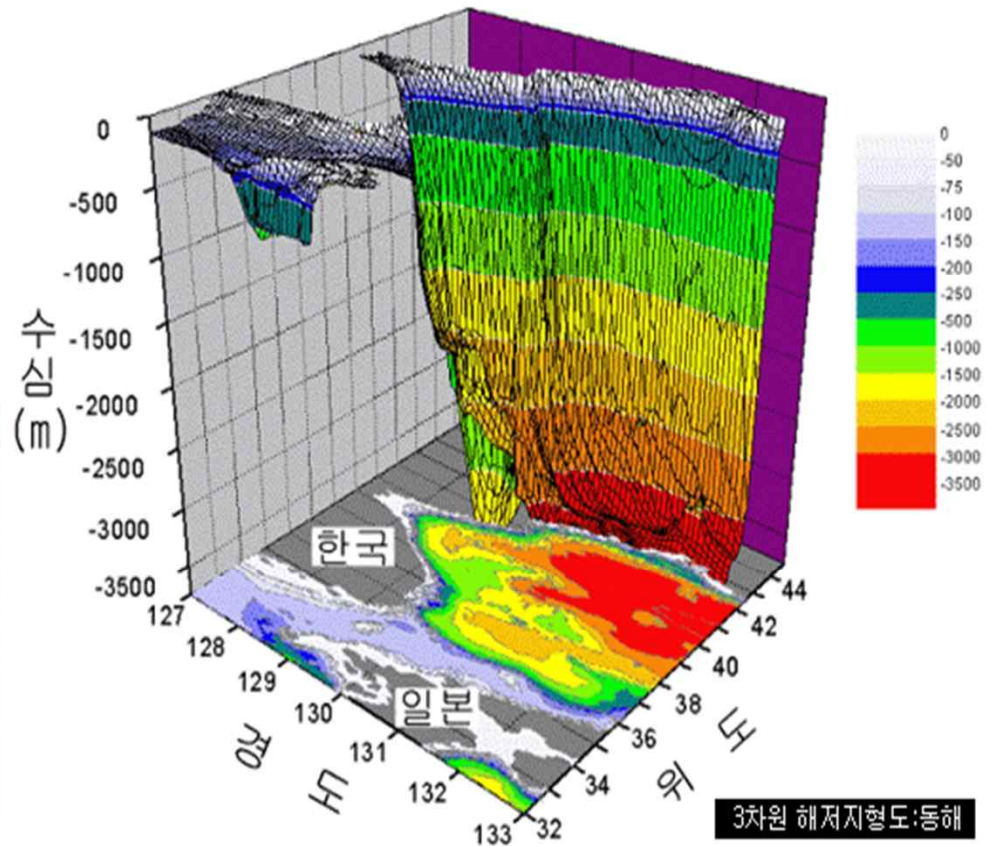
수심 측정기(EchoSounder) 응용



:: 단면도(A~B지역)::

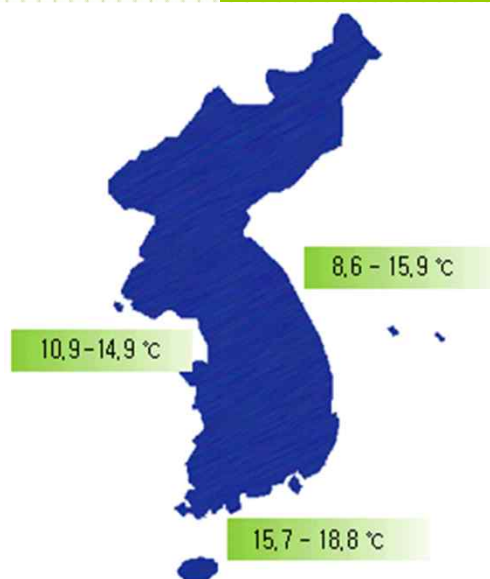


3차원 영상도 : 동해중부

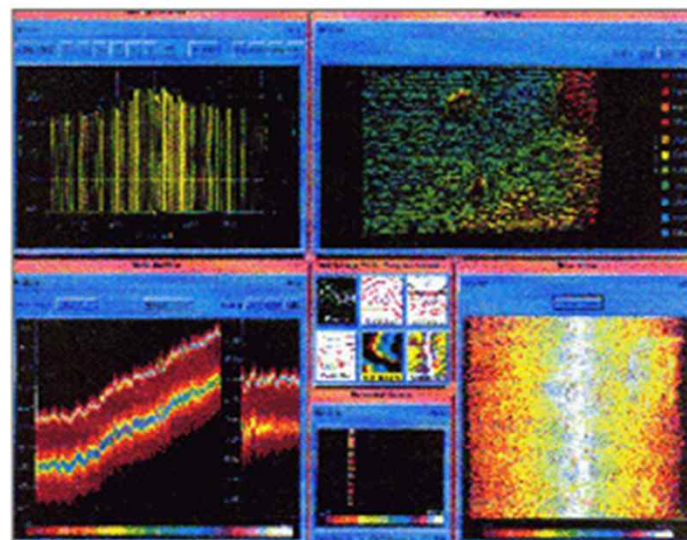


3차원 해저지형도:동해

해저 지형 조사



[장비사진]



[각종자료 입수광경]

◦ 우리나라 해양 개요

구 분	동 해	남 해	서 해
면 적	1,007,600km ²	75,400km ²	404,000km ²
용 적	1,698,300km ³	7630km ³	17,620km ³
평균수심	1684m	101m	44m
최 심 부	4049m	227m	103m
수온범위	1~27°C	5~26°C	2~28°C
조석(대조차)	동해 0.2m	부산 1.2m	인천 8.1m

선박의 항해/어군 장비



ES60 SERIES 어탐기(에코사운더)



CR, CA SERIES 다기능레이더



FX-220

기상 팩스



RA40 레이더



GN30 GPS



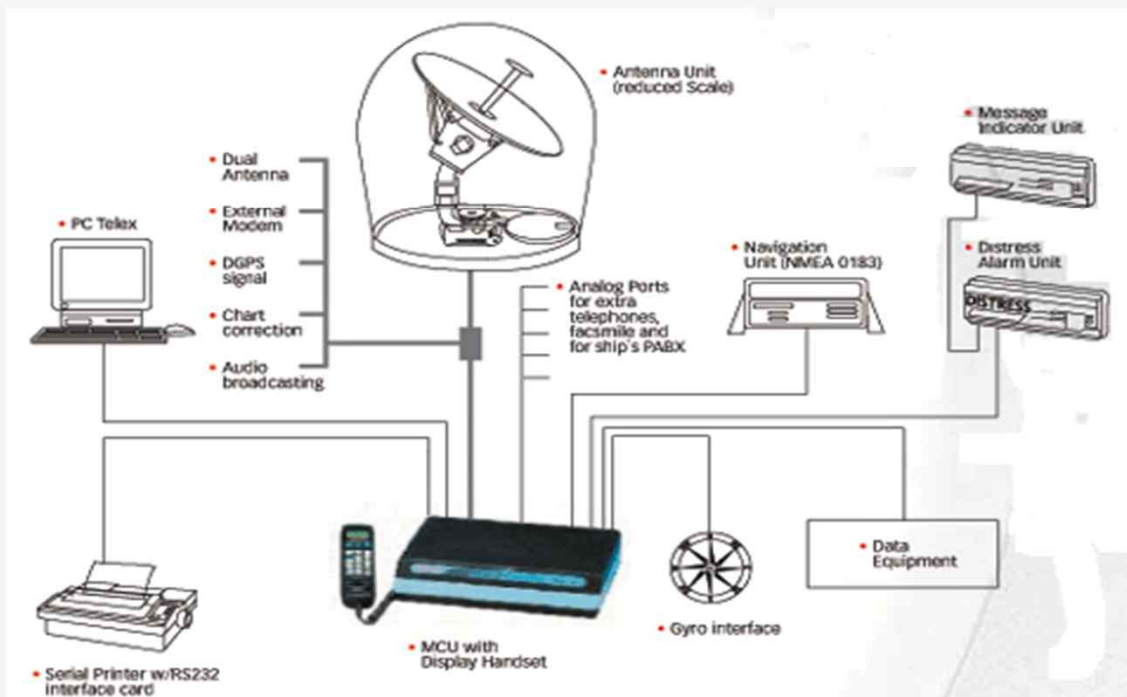
SGF-3000LA / DSF-3000LA
[Plotter + Fish Finder(10.4")]

GPS Plotter

선박의 통신장비 : Inmarsat 이용

❖ Saturn BM MK II

▶ Inmarsat B 터미널인 디지털방식 **Nera Saturn Bm MK II** 은 Inmarsat A 터미널을 대신하여 선박과 육상 등 외부와의 통화서비스를 가능하게 하는 막강한 Inmarsat 서비스이다. 이는 Inmarsat A의 모든 특성을 포함하여 이에 한발 앞선 디지털통신으로 가격절감 효과의 전화, 텔렉스, 팩스, 데이터전송, 인터넷과 LAN 접속 서비스를 급박한 상황의 상선 및 어선, 여객선 등 모든 해상에 제공한다.



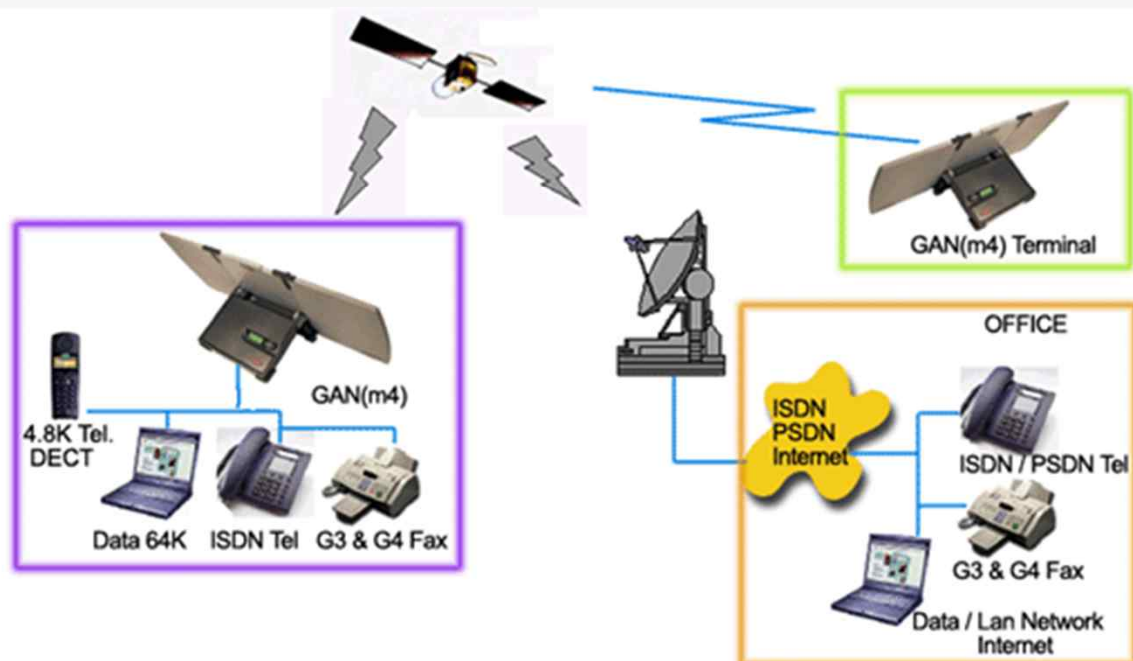
JUE-310B / B2



전세계 통신장비 : Inmarsat 이용

WorldCommunicator

▶ **Nera M4** 터미널인 **Nera WorldCommunicator**는 휴대용으로 어떠한 악조건에서도 통화의 자유를 보장하며 이는 Inmarsat 정지위성을 통한 Data 및 일반통화를 위해 **64kbps / ISDN** 지원하는 휴대용 통신서비스를 제공한다.
이를 이용한 **인터넷 및 이메일 사용, 대용량 Data 교환, 화상회의 운영, 팩스, 전화 통화** 등이 지구상 어디에서나 가능하다.



Saturn BM2



VMS 시스템

Vessel Monitoring Service

II. TOTAL VMS 운영방안

1. 운영방안

설치 및 업무

INMAR8AT 위성

GPS 위성

- 기지국 사용 허가 승인
- 선로설치
- 위성사용

기지국

- T1급 라인 설치
- 통신사와 연결망 설치
- S/W 설치
- H/W 설치
- 실시간 모니터링 시스템 구축
- server를 통한 자체 관리

Web server

ship

Inmarsat-C setting

